

Energiefluss auf Übertragungsleitungen

Wohin geht die Leistung, die von einer fehlangepassten Last am Ausgang einer Übertragungsleitung reflektiert wird ?

Auf einer Leitung gibt es nur zwei mögliche Richtungen und reflektierte Leistung kann nicht einfach verschwinden, also kann sie nur zurück zum Generator. Wenn sie schließlich den Eingang der Leitung erreicht werden wir mit einer Frage konfrontiert, die Funkamateure seit Jahrzehnten sehr intensiv und kontrovers diskutieren: *Wird diese Leistung vom Generator absorbiert oder re-reflektiert ?*

Die Absorption können wir durch einen einfachen praktischen Versuch ausschließen: Lassen wir das Leitungsende offen, tritt dort Totalreflexion ein. Machen wir die idealerweise verlustfreie Leitung elektrisch $\lambda/2$ lang und speisen ihren Eingang mit einem Generator entsprechend hoher Leistung, müsste sich der Generator durch Umsetzung von elektrischer Energie in seinem Innenwiderstand erwärmen. Das tut er aber nicht - also gibt er im ein-

geschwungenen Zustand des Systems weder Leistung ab noch nimmt er logischerweise Leistung auf.

Die rätselhafte re-Reflexion

Also bleibt als einzige Möglichkeit die totale re-Reflexion am Generator, wobei dieser durch Fehl-anpassung seine Leistung exakt um den Betrag der reflektierten Leistung drosselt und diese Leistungsreduktion durch die re-Reflexion ersetzt wird. Dieses Modell der Energieflüsse auf Übertragungsleitungen wurde ursprünglich von Walt Maxwell, W2DU, propagiert¹. Es liefert eine ausgeglichene Energiebilanz und seine rein mathematische Analyse bietet keinerlei Angriffspunkte für Kritik. So war auch ich lange Zeit von diesem Modell überzeugt, insbesondere weil ich daraus den auf Leitungen durch Reflexionen entstehenden Zusatzverlust qualitativ begründen und quantitativ herleiten konnte. Blieb also nur noch eine Frage zu klären: *Wie kommt selbst bei perfekter Anpassung des Generators an den Wellenwiderstand der Leitung diese totale re-Reflexion zustande ?*

Bis heute war niemand in der Lage, darauf eine schlüssige Antwort mit Beweis zu liefern - auch Walt Maxwell nicht, der schreibt: "... here's one easy laboratory proof with physical evidence that can't be denied: Energy reflected by a mismatched line termination can be entirely separated from the forward-travelling wave, and can then be dissipated in a temperature-calibrated resistor and accurately measured as I^2R heat"¹. Mit einem Zirkulator² lassen sich tatsächlich vorlaufende und rücklaufende Wellen voneinander separieren, aber dann gehen sie getrennte Wege - interferieren also nicht mehr miteinander - und damit kann es schon prinzipiell die gegenläufigen Energieflüsse auf der Leitung nicht mehr geben, die Maxwell durch diese Anordnung eigentlich beweisen will. Diese zentrale Frage der re-Reflexion war wie ein Stachel im Fleisch eines sonst schlüssigen Modells. Doch je mehr ich über ähnliche Vorgänge nachdachte - Flüssigkeitsströme in Röhren oder Menschenströme in Korridoren - umso deutlicher offenbarte sich mir eine andere mögliche Sichtweise, die ohne rätselhafte re-Reflexion auskam aber leider scheinbar nicht dem Energieerhaltungssatz gehorchte.

Richard Feynman war nicht nur ein großartiger Physiker, sondern auch einer der leidenschaftlichsten und genialsten Lektoren. Band II seiner legendären "Lectures on Physics"³ beschäftigt sich mit Elektromagnetismus und Materie. Im Kapitel 27 "Field Energy and Field Momentum" sagt Feynman:

Karl Fischer, DJ5IL

Friedenstr. 42, 75173 Pforzheim

www.cq-cq.eu - DJ5IL@cq-cq.eu

"Suppose you are in a dark room and then turn on the light switch ..."

... und dieses Licht ging mir beim Studium des Kapitels auf. Dann fand ich den Artikel "What happens to energy and momentum when two oppositely-moving wave pulses overlap?"⁴ und bekam plötzlich ein klares und einfaches Bild vom Energiefluss auf Übertragungsleitungen.

Feld und Welle

Ein Feld ist im physikalischen Sinn die Zuordnung des Wertes einer physikalischen Größe zu jedem Punkt der Raumzeit, also eine mathematische Funktion von Ort und Zeit. Es gibt u.a. skalare (ungerichtete) und vektorielle (gerichtete) Felder. So ordnet das skalare Temperaturfeld jedem Raumpunkt eine bestimmte Temperatur zu. Dagegen sind elektrische Feld und magnetisches Feld Vektorfelder mit einer nicht so leicht greifbaren Eigenschaft: Sie beschreiben für jeden Punkt der Raumzeit Betrag und Richtung einer Kraft, die auf eine dort befindliche Ladung wirken "würde". Wir sagen einfach, weil diese Kräfte tatsächlich auf eine Ladung wirken muß dort "etwas" herrschen - selbst dann, wenn sich dort gar keine Ladung befindet. Sie beschreiben also - genau wie das Gravitationsfeld - nicht nur eine tatsächliche Wirkung, sondern vielmehr ein Wirkungsvermögen.

Eine Welle ist jede Störung, die sich durch die Raumzeit bewegt und dabei normalerweise Energie mit sich führt. Mechanische Wellen benötigen ein Medium und breiten sich aus, indem sie dieses deformieren. Elektromagnetische Wellen brauchen dagegen kein Medium - sie breiten sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit aus und werden dabei vom elektromagnetischen Feld getragen, das sie gewissermaßen selbst erzeugen. So erzeugt eine ruhende Ladung zunächst ein statisches elektrisches Feld, das heißt wir können ihr eine gewisse Komponente der Feldvektoren als Wirkung zuordnen und dürfen deshalb sagen, diese Komponente ist das elektrische Feld dieser Ladung. Wird die Ladung bewegt, kommt ihr magnetisches Feld hinzu, das auch nur auf bewegte Ladungen wirkt. Gleichzeitig entsteht eine Störung - eine Welle - in diesem elektromagnetischen Feld, welche die Energie mit sich führt, die bei der Bewegung der Ladung umgesetzt wurde. Und damit erscheint das bemerkenswerte Phänomen der elektromagnetischen Strahlung: Diese Wellen bzw. Felder bewegter Ladungen verlassen ihre Quellen, um sich allein im freien Raum auszubreiten.

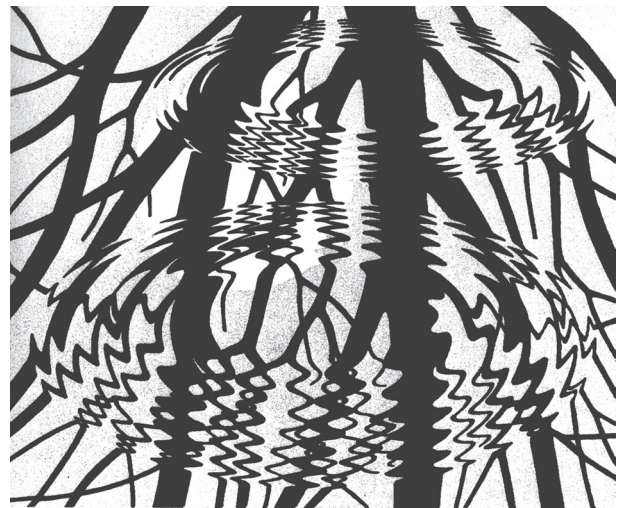
Sobald die Wellenfront eine andere Ladung in der Raumzeit erreicht, "fühlt" diese Ladung einen Impuls. Aber wo war die Energie während der bis dahin vergangenen Zeit, denn laut Energieerhaltungssatz kann sie ja nicht einfach verschwunden sein? Im elektromagnetischen Feld! Eine elektromagnetische

Welle transportiert Energie und weil Energie Masse besitzt ($E = m c^2$) transportiert sie auch Masse und Impuls und erzeugt Druck - diese Tatsache macht ein elektromagnetisches Feld sehr real. Ein Teilchen erzeugt ein Feld, ein Feld wirkt auf ein anderes Teilchen und das Feld selbst besitzt so vertraute Eigenschaften wie Energie und Impuls, genauso wie sie ein Teilchen besitzen kann.

Elektromagnetische Felder offenbaren die Geschichte der Objekte, die sie einst erzeugt haben: man kann eine Ladung bewegen und dadurch ein Feld in der Ferne erzeugen - und wenn man damit aufhört, hat das Feld gewissermaßen die Vergangenheit aufgezeichnet, weil die Wechselwirkung zwischen zwei Ladungen nicht unmittelbar erfolgt. Richard Feynman sagt dazu:

"If the force upon some charge depends upon where another charge was yesterday, which it does, then we need machinery to keep track of what went on yesterday, and that is the character of a field."

Harmonisch oszillierende Wellen sind lediglich eine Sonderform die sich dadurch auszeichnet, dass sie bei Überlagerung die bekannten Interferenzmuster erzeugen. Im physikalischen Sinn ist aber jegliche Feldstörung eine "Welle" - auch wenn sie nicht so schön aussieht wie die, die sich auf einer Wasseroberfläche ausbreitet, wenn man einen Stein hineinwirft - also z.B. auch ein kurzer Impuls oder auch nur ein Transient.



"Gekräuselt Wasser", Holzschnitt von M. C. Escher, März 1950.

Elektromagnetische Wellen gehorchen genauso wie die Wellen von Spannungen und Strömen auf einer Übertragungsleitung dem Superpositionsprinzip, das folgendes besagt: Die resultierende Gesamtwelle ist die Vektorsumme - also die Überlagerung oder Superposition - der von allen Quellen erzeugten Teilwellen, wobei Reflexionspunkte als Quellen der reflek-

tierten Teilwellen betrachtet und alle Teilwellen separat berechnet werden können, denn sie verhalten sich so, als wären sie jeweils ganz allein im System. Das fundamentale Konzept des Superpositionsprinzips ist, dass die Teilwellen in keinsten Weise von anderen Teilwellen oder von der Gesamtwelle beeinflusst werden. Sie sehen deshalb auch nur reell vorhandene d.h. von anderen Teilwellen unabhängige physikalische Impedanzen und gehen völlig unverändert aus Interferenzen mit anderen Teilwellen wieder hervor.

Energiefluss und Energiedichte

Energie, was ist das eigentlich ? Sie kommt in vielen Formen vor und kann von einer in die andere umgesetzt werden, z.B. elektrische in thermische oder potentielle über kinetische in elastische Energie, um nur einige Beispiele zu nennen. Die Maßeinheit der Energie ist das Joule [J] und für die Berechnung ihrer verschiedenen Formen haben Physiker Gleichungen entwickelt - aber wir wissen tatsächlich bis heute nicht, was Energie wirklich ist !

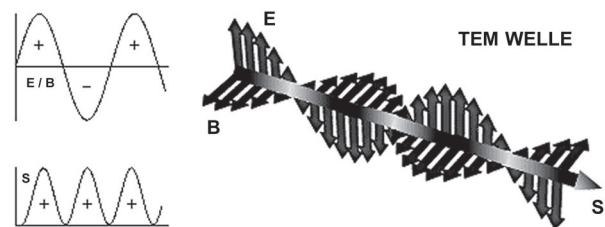
Leistung mit der Maßeinheit Watt [W] ist die Rate, mit der Energie umgesetzt oder transportiert wird, also die Energiemenge pro Zeiteinheit. Dabei geht jedoch nichts verloren, das heißt: Energie ist diejenige physikalische Größe, deren Gesamtmenge im Universum stets konstant bleibt. Diese sehr abstrakte allgemeingültige Definition ist der Energieerhaltungssatz, der über alle bekannten natürlichen Phänomene herrscht.

Für die lokale Betrachtung der Energieerhaltung genügt diese universelle Definition nicht. Wenn eine gewisse Energiemenge an einem Ort verschwindet und dafür an einem anderen erscheint, müsste dieser Transfer an beiden Orten exakt gleichzeitig erfolgen, denn sonst gäbe es einen Augenblick fehlender Energie und damit wäre der Energieerhaltungssatz nicht mehr erfüllt. Diese augenblickliche Verlagerung von Energie ist aber nicht mit den Prinzipien der speziellen Relativität vereinbar und deshalb benötigen wir ein stärkeres Gesetz - eines das erklärt, wie Energie lokal erhalten wird. Dieses Gesetz besagt einfach, dass Energie ein Volumenelement verlässt, indem sie daraus abfließt. Die quantitative Umsetzung dieses lokalen Energieerhaltungsgesetzes in einem elektromagnetischen Feld - die Verknüpfung zwischen der Änderung der Energiedichte pro Zeiteinheit in einem bestimmten Volumenelement und dem Energiefluss durch die geschlossene Oberfläche dieses Volumenelements - ist das Poynting-Theorem.

Die Energiedichte ist ein skalares Maß für den Energieinhalt einer Volumeneinheit. Der Energiefluss wird beschrieben durch den Poynting-Vektor, das Kreuzprodukt aus elektrischem E-Feld und magnetischem B-Feld Vektor $S = E \times B$. Er zeigt in Richtung des Energieflusses und sein Betrag ist die Energieflussdichte (nicht zu verwechseln mit der Energie-

dichte !), die Energie pro Zeiteinheit durch eine Flächeneinheit senkrecht zur Flussrichtung . Die physikalischen Begriffe Energiefluss und Leistung sind gleichwertig und somit auch die Bezeichnungen Energieflussdichte und Leistungsdichte für den Quotienten $\text{Energie} / (\text{Fläche} \times \text{Zeit}) = \text{Leistung} / \text{Fläche} = \text{J} / (\text{m}^2 \text{ s}) = \text{W} / \text{m}^2 = \text{N} / (\text{m s})$.

In periodischen Wellenfeldern stehen die E-Feld und B-Feld Vektoren senkrecht aufeinander und oszillieren transversal, d.h. senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der elektromagnetischen Welle - daher der Begriff "Transversale Elektro Magnetische" oder kurz TEM Welle - während der Poynting-Vektor S senkrecht sowohl zum E-Feld als auch zum B-Feld Vektor und somit longitudinal, d.h. in Ausbreitungsrichtung, mit der doppelten Frequenz der elektromagnetischen Welle oszilliert.

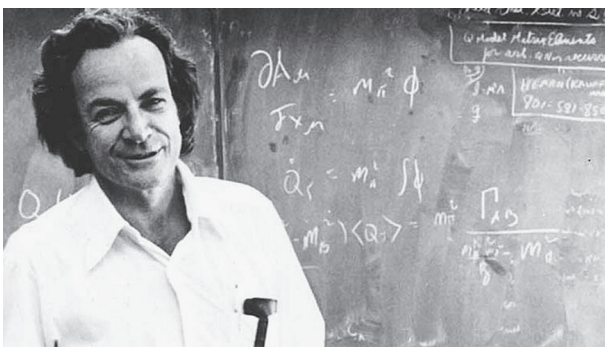


Weil das elektrische Feld innerhalb eines perfekten Leiters null ist, ist auch der Poynting-Vektor null - was bedeutet, dass der Energiefluss nicht im Inneren eines Leiters durch elektrischen Strom stattfinden kann. Und da der E-Feld Vektor stets senkrecht auf der Oberfläche eines perfekten Leiters steht, verläuft der Poynting-Vektor unmittelbar an der Oberfläche stets parallel zu ihr - was bedeutet, daß ein perfekter Leiter keine Energie emittieren oder absorbieren, sondern lediglich als Wellenleiter ("waveguide") wirken kann. Daraus folgt, dass Sendantennen selbst keine Energie emittieren. Vielmehr fließt die Energie vom Generator durch das elektromagnetische Feld, das die Leiter der Übertragungsleitung umgibt, zum Speisepunkt der Antenne. Von dort aus bewegt sie sich in allen möglichen Richtungen auf gekrümmten Pfaden durch den Raum zu den Leitern der Antennenstruktur, von denen sie schließlich durch Reflexion und Streuung endgültig in den Raum "geleitet" wird.

Damit kommen wir zu einer wichtigen grundsätzlichen Feststellung: Elektromagnetischer Energiefluss findet nicht in den Leitern selbst durch den elektrischen Strom, sondern ausschließlich in den sie umgebenden elektromagnetischen Feldern statt⁵ und diese Tatsache gilt nicht etwa nur für hochfrequente Wechselfelder auf einer Übertragungsleitung, sondern ohne Ausnahme für alle elektromagnetischen Systeme - also genauso für eine einfache Batterie, die Gleichspannung liefert und mittels zweier Drähte ein Glühlämpchen leuchten lässt, wie für einen Rund-

funksender, der seine Sendeantenne mittels Übertragungsleitung mit einem Megawatt Hochfrequenzleistung speist. Erst bei der Umsetzung in eine andere Form wird elektromagnetische Energie aus dem Feld an die Ladungsträger im Leiter übertragen, indem der Poynting-Vektor in den Leiter eintaucht, um z.B. einen Ohm'schen Widerstand zu erhitzen. Aus Strom und Spannung auf den Leitern berechnen wir lediglich ein Maß für die Leistung - der wirkliche Energiefluss geschieht aber im Feld, das die Leiter umgibt. Richard Feynman sagt dazu:

"... we ask what happens in a piece of resistance wire when it is carrying a current. Since the wire has resistance, there is an electric field along it, driving the current. Because there is a potential drop along the wire, there is also an electric field just outside the wire, parallel to the surface ... There is, in addition, a magnetic field which goes around the wire because of the current. The E and B are at right angles; therefore there is a Poynting vector directed radially inward ... There is a flow of energy into the wire all around. It is, of course, equal to the energy being lost in the wire in the form of heat. So our "crazy" theory says that the electrons are getting their energy to generate heat because of the energy flowing into the wire from the field outside. Intuition would seem to tell us that the electrons get their energy from being pushed along the wire, so the energy should be flowing down (or up) along the wire. But the theory says that the electrons are really being pushed by an electric field, which has come from some charges very far away, and that the electrons get their energy for generating heat from these fields. The energy somehow flows from the distant charges into a wide area of space and then inward to the wire."



Richard Feynman

Ein Gedankenexperiment

Obwohl wir nicht wissen, was Energie wirklich ist, können wir sie definieren als die Fähigkeit, mechanische Arbeit zu verrichten. Das elektromagnetische Feld hat diese Fähigkeit, transportiert also Energie. Als Analogie zur *Energie* des elektromagnetischen Feldes könnte man die *Kaufkraft* des Geldes betrachten, also die Menge eines bestimmten Gutes, die für

eine bestimmte Geldmenge erworben werden kann. Energie und Kaufkraft, beides sind keine greifbaren realen Dinge sondern Fähigkeiten oder Wirkungsvermögen, die nicht genutzt werden, solange das elektromagnetische Feld in der Übertragungsleitung und das Geld im Beutel steckt. Und damit kommen wir schließlich zu einem Gedankenexperiment, das uns zeigen wird, was es mit "reflektierter Leistung" tatsächlich auf sich hat ...

Ein Korridor führt vom Eingang eines Supermarktes zu zwei Rolltreppen, über die man zur Elektroabteilung gelangt (der Ausgang dieser Abteilung führt nicht durch den Korridor). Wir stehen irgendwo nahe des Eingangs im Korridor und beobachten, was geschieht. Die Abteilung hat attraktive Sonderangebote ausgeschrieben, deshalb ist sie heute gut besucht und es kommen gerade so viele Leute durch den Korridor, wie die Rolltreppen aufnehmen können. Nehmen wir an, die Besucher kommen in Shuttle-Bussen zum Supermarkt, also in gleichgroßen Gruppen mit immer demselben zeitlichen Abstand dazwischen, und jeder Besucher hat dieselbe Geldmenge bei sich. Eine gewisse Kaufkraft pro Zeiteinheit fließt nun mit den Besuchern an uns vorbei vom Eingang zur Elektroabteilung. Dieses Modell entspricht einer Übertragungsleitung (Korridor), in der periodisch oszillierende Wellen eines elektromagnetischen Feldes (Besucherguppen mit Geld) Energie (Kaufkraft) vom Generator (Shuttle-Busse) zur angepassten Last (Rolltreppen) transportieren.

Bei konstantem Besucherandrang fällt gegen Mittag plötzlich eine der beiden Rolltreppen aus. Der Abteilungsleiter ist außer sich, geht ihm doch dadurch der halbe Umsatz flöten. Nehmen wir weiter an, die Besucher seien allesamt ungeduldige Menschen, die sofort umkehren, falls sie nicht auf der Rolltreppe Platz finden. Kurz nach dem Ausfall einer Rolltreppe erreichen also die ersten zurückeilenden Besucher den Eingang und wir sehen dort fortan Besuchergruppen hereinkommen und halb so große Besuchergruppen hinausgehen. Wer das Wesen der Kaufkraft als Wirkungsvermögen verstanden hat wird niemals behaupten, durch den Korridor würde jetzt Kaufkraft zurückfließen, nur weil die Hälfte der Besucher mit-samt ihrem Geld wieder zum Eingang zurückeilt. Es fließt nach wie vor Kaufkraft vorwärts zur Elektroabteilung, aber eben nur noch halb so viel wie vorher. Wie die Besucher auf dem Korridor bewegen sich elektromagnetische Wellen auf einer fehlabgeschlossenen Übertragungsleitung, wobei Energie effektiv vorwärts zur Last aber nicht zurück zum Generator fließt.

Am Nachmittag fällt die zweite Rolltreppe aus. Der Umsatz der Abteilung kollabiert, genauso der Abteilungsleiter. Im Korridor beim Eingang beobachten wir jetzt zwei gleichstarke entgegengesetzte Besucherströme. Der effektive Fluss von Kaufkraft ist null, genau wie der effektive Fluss von Energie - also die

Wirkleistung - auf einer am Ende offenen oder kurzgeschlossenen Übertragungsleitung.

Leistung kann verschwinden

Jetzt werden viele Leser einwenden, dass dieses Modell falsch sein muss, weil Leistung aufgrund der Energieerhaltung nicht einfach verschwinden kann und sich deshalb zwar gegenläufige elektromagnetische Wellen aber niemals die mit ihnen einhergehenden Leistungen auslöschen können - dass also das Superpositionsprinzip und der Energieerhaltungssatz in Bezug auf Wellen irgendwie inkompatibel sind. Und genau diese gängige Fehlinterpretation des Energieerhaltungssatzes führt zu falschen Darstellungen des Energieflusses auf Übertragungsleitungen. Die Superposition elektromagnetischer Wellen und der Energieerhaltungssatz sind nämlich sehr wohl kompatibel, denn Leistung ist lediglich die Rate, mit der Energie fließt oder umgesetzt wird, und als solche muss sie im Gegensatz zur Energie selbst nicht erhalten werden - der Energiefluss kann durch Superposition auch völlig verschwinden. Die Energiedichte erhöht sich dabei jedoch so, dass sie immer der exakten Summe der Energiedichten der Einzelfelder entspricht.

Der Grund für diese fatale Fehlinterpretation ist also, dass wir nur den *Energiefluss* betrachten und dabei die *Energiedichte* völlig ignorieren. Gauthier³ hat untersucht, was mit Energie und Impuls interferierender elektromagnetischer und mechanischer Wellen geschieht und kommentiert seine mathematische Beweisführung mit folgenden Worten:

"... the net energy density for the superposed solution is always equal to the sum of the energy densities of the right-moving and the left-moving pulses, considered separately. From the perspective of energy conservation, the two pulses are transparent to one another ... we obtain the total energy of the two-pulse system and can show simply that it is conserved at all times, even during overlap ... The compatibility of the principles of wave superposition and of energy - momentum conservation has been examined in general terms for two electromagnetic pulses that propagate in opposite directions and eventually overlap in free space. The total energy density at any point has been shown to be unaffected by the overlapping of the pulses, thus guaranteeing that the total energy of the system is conserved. It was also shown that the principle of wave superposition is fully compatible with the conservation of the total linear momentum of the overlapping pulses."

Leider behandelt kaum ein Lehrbuch das Thema Energieerhaltung bei destruktiver Interferenz. Eine Ausnahme ist der Klassiker *"Vibrations and Waves"* von A. P. French⁶, der am Beispiel mechanischer Wellen beschreibt, was genau bei dem verblüffenden

Effekt destruktiver Interferenz geschieht und wo sich die Energie während der totalen gegenseitigen Wellenauslöschung versteckt:

"Two symmetrical pulses are traveling in opposite directions; they are exactly alike, except that one is positive and the other is negative. As they pass through each other, there comes a moment at which the whole spring or string is straight; it is as if the pulses had annihilated each other, and so, in a sense, they have. But your intuitions will tell you that each pulse was carrying a positive amount of energy, which cannot simply be washed out. And, indeed, the pulses do reappear. But what is it that preserves the memory of them through the stage of zero displacement, so that they are recovered intact in their original form? It is the velocity of the different parts of the system. The string at the instant of zero transverse deformation has a distribution of transverse velocities characteristic of the two superposed pulses - and the velocity distribution of a symmetrical positive pulse traveling to the right is exactly the same as that of a similar negative pulse traveling to the left ... Thus the transverse displacements cancel, but the transverse velocities add, and for this one instance the whole energy of the system resides in the kinetic energy associated with these velocities."

Die mathematische Beschreibung der Energie mechanischer Wellen z.B. auf einer Saite und elektromagnetischer Wellen ist formell identisch, die Auslenkung der Saite ("displacement") entspricht der Feldstärke einer elektromagnetischen Welle und die Geschwindigkeit der Saite ("velocity") der Geschwindigkeit mit der sich die Feldstärke ändert, also ihrer Änderungsrate. Bei destruktiv interferierenden elektromagnetischen Wellen neutralisieren sich zum Zeitpunkt ihrer vollständigen Auslöschung ihre Feldstärken, aber ihre Änderungsraten addieren sich, sodass in diesem Moment die gesamte Energie des Systems und auch das "Gedächtnis" für ihre Wiederentstehung nach verlassen der Interferenzzone in der Änderungsrate entlang dieser Zone steckt. Obwohl sich zwei gegenläufige elektromagnetische Wellen durch destruktive Interferenz total auslöschen können, gehen sie auf diese Weise danach wieder völlig unverändert aus der Interferenzzone hervor und ihre Energie wird zu jedem Zeitpunkt erhalten.

Wirkleistung und Blindleistung

Kehren wir zu unserem Gedankenexperiment zurück. Wir hatten festgestellt, dass der effektive Fluss von Kaufkraft auf null zurückgegangen ist. Gleichzeitig hat sich aber die Dichte der Kaufkraft verdoppelt, denn auf dem Korridor zählen wir jetzt ständig doppelt so viele Besucher die Geldbeutel mit gleichem Inhalt bei sich führen wie am Morgen. Die Kaufkraft hat sich also verdichtet.

Nehmen wir nun ein Zoom-Objektiv und beobachten nur einen kleinen Ausschnitt des Korridors: Besuchergruppen durchqueren unser Blickfeld abwechselnd von links nach rechts und von rechts nach links. Eine Analogie für reine Blindleistung die dadurch zustande kommt, dass auf der Leitung gegenläufige elektromagnetische Wellen miteinander interferieren. Und wir erkennen, dass dabei nicht etwa ein bestimmtes Energiequantum abwechselnd hin und her schwappt, sondern dass diesen Ort in Wirklichkeit abwechselnd unterschiedliche Energiequanten gegenläufiger Wellen passieren.

Richten wir unser Zoom auf eine andere Stelle: Zwei gegenläufige Besuchergruppen durchqueren unser Blickfeld immer wieder gleichzeitig, eine von links nach rechts und die andere von rechts nach links, eine Analogie für einen Ort mit reinem Wirkwiderstand ohne Blindanteil. Sind die Gruppen gleich groß wie jetzt, fließt hier gar keine Kaufkraft aber dafür verdoppelt sich ihre Dichte bei jeder Passage im Vergleich zur Einzelgruppe. Auf der Leitung entspricht das null Leistung, weil der Widerstand unendlich hoch oder null ist. Als nur eine Rolltreppe ausgefallen war, hätten wir an dieser Stelle eine vorwärts eilende Gruppe eine halb so große rückwärts eilende Gruppe passieren gesehen, also ein halb so großer Fluss von Kaufkraft wie am Morgen aber dafür eine um die Hälfte größere Dichte. Auf der Leitung entspricht das reiner Wirkleistung in Richtung Last, weil der Widerstand einen endlichen rein reellen Wert hat.

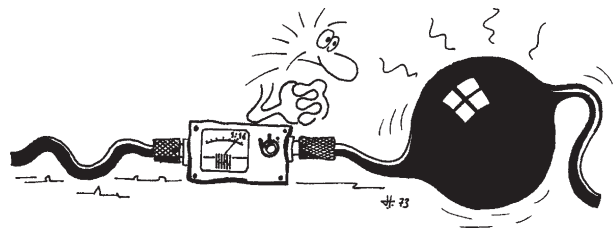
Solche Punkte, an denen Spannung und Strom in Phase sind, existieren auf jeder fehlabgeschlossenen Leitung im Abstand von $\lambda/4$. Hier gibt es über die gesamte Periode einer Schwingung niemals Energiefluss in Richtung Generator, während zwischen diesen Punkten zeitweiliger Energiefluss in Richtung Generator stattfindet - sie begrenzen also Bereiche mit zyklischem lokalem Energieaustausch.

Energiestau durch Fehlanpassung

Was am fehlabgeschlossenen Ausgang einer Übertragungsleitung reflektiert wird, ist zunächst nichts anderes als ein von der Fehlanpassung abhängiger Teil der elektromagnetischen Welle, der nach dem Superpositionsprinzip mit der vorwärts laufenden Welle interferiert. Jede Teilwelle kann separat berechnet werden, denn sie verhält sich so, als wäre sie allein im System und sie sieht auch nur dessen reelle d.h. von anderen Teilwellen unabhängige physikalische Impedanzen. Das Verhalten des Gesamtsystems ergibt sich dann als Summe aller Vektorkomponenten - und weil der Energiefluss das Ergebnis elektromagnetischer Wellen ist und nicht ihre Ursache, darf er erst aus der resultierenden Gesamtwelle berechnet werden. Deshalb gibt es im überlagerten elektromagnetischen Feld an jedem Punkt der Raumzeit jeweils genau einen bestimmten elektrischen und magnetischen Feldvektor und daraus er-

gibt sich genau ein resultierender Energieflussvektor, genauso wie es an jedem Punkt der Leitung immer nur einen eindeutigen Wert für Strom und Spannung gibt.

Am Ausgang einer korrekt abgeschlossenen Leitung herrscht ein bestimmter Energiefluss durch ein Volumenelement und eine bestimmte Energiedichte in diesem Volumenelement. Bei einem rein reellen Fehlabschluss - egal ob nieder- oder hochohmig - ist dort immer reine Wirkleistung vorhanden und ganz unabhängig vom Fehlabschluss gibt es dort niemals Wirkleistung in Richtung Generator, weil unmittelbar am Reflexionspunkt die Feldstärke der reflektierten Welle nur maximal genauso groß sein kann wie die der vorlaufenden Welle. Mit der Reflexion bildet sich im Vergleich zur korrekt abgeschlossenen Leitung ein Energiestau im Sinne eines reduzierten Energieflusses mit gleichzeitig erhöhter Energiedichte. Im Fall eines konstanten Generatorsignals läuft die Staufront zurück zum Leitungseingang und danach herrscht überall auf der Leitung ein Energiestau mit demselben reduzierten effektiven Energiefluss und derselben erhöhten Energiedichte.



Durch Interferenz der vorlaufenden und rücklaufenden Wellen existieren dabei im Abstand von $\lambda/4$ Punkte mit reiner Wirkleistung, dazwischen ist aber zusätzliche Blindleistung vorhanden. Im Fall von Impulsbetrieb überlagern sich gegenläufige Wellenpakete bei ihrer Passage und gehen aus dieser energetisch verdichteten Interferenzzone wieder völlig unverändert hervor. Die Reflexion einer elektromagnetischen Welle kann auf der Leitung abhängig von der Betriebsart sehr wohl streckenweise oder zeitweise zu einem Energiefluss in Richtung Generator führen, aber es gibt niemals und nirgends auf der Leitung zugleich zwei entgegengesetzte Energieflüsse und sowohl Generator als auch Last geben zu jedem Zeitpunkt entweder Leistung ab oder nehmen Leistung auf aber niemals beides zugleich.

Die Leitung verhält sich übrigens prinzipiell genauso an einer Gleichspannungsquelle, nur dass sich dann auf ihr keine Interferenzmuster in Form von *Stehwellen* bilden können. Und so gleicht die Eingangsimpedanz einer idealen Übertragungsleitung bei Speisung mittels Gleichspannungsquelle genau wie bei Speisung mittels Hochfrequenzgenerator so lange ihrem Wellenwiderstand, bis die Reflexion den

Leitungseingang erreicht. Der Wellenwiderstand ist ein Wirkwiderstand und daher auch prinzipiell bis zum Eintreffen der Reflexion mit einem normalen Ohmmeter messbar - wäre er das nicht, ließe sich generell keine elektromagnetische Energie von einer Quelle zu einem Verbraucher transportieren. Dabei wirkt er aber im Gegensatz zu einem normalen Widerstand nicht *dissipativ*, indem er diese Energie in Wärme umsetzt, sondern *absorptiv*, indem er sie lediglich aufnimmt, um sie zwischenzuspeichern und wieder abzugeben.

Was die Teilwellen sehen

Die Eingangsimpedanz einer Übertragungsleitung ist die Vektorsumme der vorlaufenden und rücklaufenden Spannungswellen dividiert durch die Vektorsumme der vorlaufenden und rücklaufenden Stromwellen. Sie gibt also das Verhältnis von Spannung und Strom am Leitungseingang wieder und ist damit eine von den Teilwellen abhängige *virtuelle* aber keine reelle physikalische Impedanz und deshalb völlig irrelevant für die Vorgänge aus der Sicht der Teilwellen - wie bereits erläutert verhält sich nämlich gemäß dem Superpositionsprinzip jede Teilwelle so, als wäre sie allein im System, und sieht deshalb auch nur reell vorhandene physikalische Impedanzen.

Die vom Generator in die Leitung geschickte vorlaufende Welle sieht genauso wie die von einer fehlangepassten Last reflektierte Welle stets nur den nominellen Wellenwiderstand der Leitung, der das Verhältnis von Spannung und Strom in den Teilwellen festlegt. Obwohl sich die Eingangsimpedanz nach Eintreffen der reflektierten Welle ändert, ändert sich deshalb die vom Generator in die Leitung geschickte vorlaufende Welle nicht und folglich kann es auch keine totale re-Reflexion geben. Die Leistungsreduktion am Leitungseingang beim Eintreffen der reflektierten Welle ist also in Wirklichkeit keine Reaktion des Generators, sondern wird unmittelbar durch die reflektierte Welle verursacht, indem sie mit der vom Generator in die Leitung geschickten konstanten vorlaufenden Welle interferiert und dabei den beschriebenen Energiestau mit vermindertem Energiefluss erzeugt.

Aus Unkenntnis dieser Tatsache behaupten die Anhänger der re-Reflexions-Hypothese, die vom Generator in die Leitung geschickte vorlaufende Welle würde sich abhängig von der Eingangsimpedanz ändern und verletzen damit das Superpositionsprinzip. Damit nun aber die auf der Leitung vorlaufende Welle nach Eintreffen der reflektierten Welle trotzdem unverändert bleibt - was nachweislich der Fall ist - müssen sie an eine totale re-Reflexion der reflektierten Welle am Leitungseingang glauben, um diese Änderung der vom Generator abgegebenen Welle exakt auszugleichen. Weil es diese totale re-Reflexion in Wirklichkeit nicht gibt verwundert es nicht, dass ihr Zustandekommen auch trotz verzweifelter

Versuche von keinem ihrer Anhänger wirklich schlüssig begründet werden kann. Die Prägung neuer Termini ist eben oft die bequemste Methode zur Verschleierung von Knackpunkten einer falschen Hypothese.

Es ist falsch anzunehmen, die aus der überlagerten Gesamtwelle abgeleitete virtuelle Impedanz hätte irgendeine Wirkung auf die Teilwellen und zudem äußerst inkonsequent, das nur für den Eingang aber sonst für keinen anderen Punkt auf der Leitung zu tun. Man stelle sich eine $\lambda/2$ lange am Ende offene Übertragungsleitung vor. Weil die aus der Gesamtwelle abgeleitete Impedanz genau in der Mitte der Leitung einen virtuellen Kurzschluss darstellt, müsste dort eine Totalreflexion der vorlaufenden Welle eintreten. Folglich könnte sich auf der Leitung zwischen Mitte und Ende keine vorlaufende Welle bilden, aber dann gäbe es keine Reflexion am offenen Leitungsende und folglich auch gar keinen virtuellen Kurzschluss in der Mitte ... Wie man sieht, führt die Nichtbeachtung des Superpositionsprinzips zu einer unendlichen Reihenentwicklung und zu einem völlig undefinierten Systemzustand.

Der Einschwingvorgang

Der Einschwingvorgang dauert so lange, bis ein stabiler Systemzustand erreicht ist, und im Falle einer an den Wellenwiderstand der Leitung fehlangepassten Last am Leitungsausgang lassen sich drei Betriebszustände unterscheiden ...

1) Ist der Wellenwiderstand der Leitung an den Innenwiderstand des Generators angepasst, dann ist der Einschwingvorgang bereits nach dem Eintreffen der reflektierten Welle am Leitungseingang beendet und es herrscht ein Energiestau mit reduziertem Energiefluss und erhöhter Energiedichte auf der gesamten Leitung.

2) Wird nun irgendwo entlang der Leitung konjugiert komplex angepasst, reflektiert das Anpassnetzwerk einen Teil der vorlaufenden Welle, weil sie dort eine Impedanz sieht, die vom Wellenwiderstand und damit von dem ihr aufgeprägten Verhältnis von Spannung und Strom abweicht. Der nicht reflektierte Teil wird durch das Anpassnetzwerk hindurch transmittiert und läuft Richtung Last. Die von der fehlangepassten Last reflektierte rücklaufende Welle trifft am Anpassnetzwerk wieder auf eine Impedanzsprungstelle und folglich tritt dort eine teilweise re-Reflexion ein. Der restliche Teil der reflektierten Welle wird durch das Anpassnetzwerk hindurch in Richtung Generator transmittiert und interferiert auf diesem Weg mit der Teilwelle, die vom Anpassnetzwerk zurück Richtung Generator reflektiert wird - diese beiden Teilwellen haben aber entgegengesetzte Phase und interferieren deshalb destruktiv, d.h. sie löschen sich mit jedem Reflexionszyklus mehr und mehr aus. In Folge davon löst sich der anfängliche Energiestau zwischen Generator und Anpassnetzwerk asymptotisch auf.

tisch auf und gleichzeitig nähert sich der Energiefluss der maximal verfügbaren angepassten Leistung, wobei der Einschwingvorgang nie wirklich beendet wird. Zwischen Anpassnetzwerk und Last herrscht derselbe Energiefluss aber eine erhöhte Energiedichte.

3) Ist der Wellenwiderstand der Leitung an den Innenwiderstand des Generators fehlangepasst, entstehen am Generator teilweise re-Reflexionen. Es ergibt sich ebenfalls ein asymptotischer Einschwingvorgang, jedoch mit einem Energiestau auf der gesamten Leitung.

Mehrfachreflexionen erzeugen also einen asymptotischen Einschwingvorgang und verursachen erhöhte Verluste auf der Leitung sowie Signalverzerrungen bzw. durch Echos erzeugte "Geistersignale", weshalb die bei Funkamateuren beliebte konjugiert komplexe Anpassung am Leitungseingang für breitbandige Signale mit hoher Informationsrate nicht praktikabel ist - Werden Last oder Generator an den Wellenwiderstand angepasst verschwinden diese Geistersignale, ganz so wie sich das für einen guten Geist gehört.

Wann der Generator Leistung absorbiert

Für den Generator bedeutet dies, dass er im Betriebszustand mit konstantem Ausgangssignal übertragen auf die menschliche Atmung im angepassten Fall unabhängig von der Leitungslänge pro Periode zweimal in die Leitung hinein ausatmet und damit reine Wirkleistung abgibt, aber im unangepassten Fall abhängig von der Leitungslänge zwischen dem Ausatmen nichts bis maximal genauso viel wieder einatmet, also keine bis ausschließlich Blindleistung abgibt / aufnimmt. Der Leitungseingang reagiert damit bei reiner Blindleistung gewissermaßen wie eine elastische Membran, welche die Energie eines mechanischen Impulses aufnimmt aber gleich wieder zurückgibt. Und genau so wie die Atmung pulsiert der *Poynting-Vektor* auf einer Leitung. Der Generator nimmt also in diesem Betriebszustand keine Wirkleistung aus der Leitung auf, weil die reflektierte und damit rücklaufende Welle niemals stärker sein kann als die vorlaufende Welle. Und weil es dabei an keinem Punkt auf der Leitung Wirkleistung in Richtung Generator gibt, führte schon mein einleitender Satz "*Wohin geht die Leistung ...*" auf die falsche Fährte.

Im Betriebszustand mit nicht konstantem Ausgangssignal - z.B. gepulst oder moduliert - kann der Generator allerdings sehr wohl zuvor abgegebene Wirkleistung wieder absorbieren, wenn nämlich am Leitungseingang die Feldstärke eines dort eintreffenden rücklaufenden Wellenzuges größer ist als die des vorlaufenden Wellenzuges.

Bidirektionale Wattmeter ...

... kann es nicht geben und der Begriff ist unsinnig.

Die so genannten Geräte sind nur im Amateurfunk gebräuchlich, sie messen lediglich die Amplituden der vor- und rücklaufenden Spannungswellen und ihre in Watt geeichten Skalen liefern schon prinzipiell falsche Werte: Die angezeigte "reflektierte Leistung" gibt es überhaupt nicht, aber ihr Wert muss von der angezeigten vorlaufenden Leistung abgezogen werden, um die tatsächliche Wirkleistung auf der Übertragungsleitung zu erhalten.

Die *Richtkoppler* in diesen Messgeräten entnehmen der Leitung eine Spannungsprobe $V = V_v + V_r$ und eine Stromprobe $I = I_v - I_r$ mit gleichem Koppelfaktor (v = vorlaufende Welle, r = rücklaufende Welle). Die reflektierten Komponenten V_r und I_r sind stets exakt gegenphasig, deshalb haben sie entgegengesetzte Vorzeichen. Die Stromprobe lässt man in umschaltbarer Richtung durch einen dem Wellenwiderstand der Leitung gleichenden Widerstand $R = Z_0$ fließen und die über R abfallende Spannung wird zur Spannungsprobe addiert. Es ergibt sich $(V_v + V_r) + Z_0 (I_v - I_r) = 2 V_v$ in einer bzw. $(V_v + V_r) - Z_0 (I_v - I_r) = 2 V_r$ in anderer Richtung. Die relativen Werte dieser beiden Spannungen $2 V_v$ bzw. $2 V_r$ werden von diesen Messgeräten angezeigt aber die Eichung ihrer Skalen in Watt unter der Annahme $P_v = V_v^2 / Z_0$ bzw. $P_r = V_r^2 / Z_0$ und ihre Bezeichnung mit "vorlaufender Leistung" bzw. "reflektierte Leistung" ist unsinnig, weil es auf einer Leitung niemals und nirgends gegenläufige Energieflüsse gibt. Es existiert nur die tatsächliche Wirkleistung $P = VI = (V_v + V_r) (I_v - I_r) = (V_v + V_r) (V_v - V_r) / Z_0 = (V_v^2 - V_r^2) / Z_0$ wie sie korrekt von den Messgeräten nach Buschbeck angezeigt wird.

Das Bild auf der Titelseite zeigt eine Kreuzzeiger-Skala der Urform aller Stehwellen-Messgeräte nach Buschbeck (Patenterteilung: 29.8.1939), wie sie bis in die 1980er Jahre in kommerziellen Sendern von Siemens und Telefunken zu finden waren aber heute leider nicht mehr gebaut werden. Angezeigt werden die maximale Spannung in kV_{eff} (linker Skalenbogen), das Stehwellenverhältnis $V_{SWR} = U_{max} / U_{min}$ (horizontale Skala unter der Kurvenschar) sowie die tatsächliche Wirkleistung auf der Übertragungsleitung in KW (vertikale Skala neben der Kurvenschar). Ein interessanter Artikel ⁷ über diese Messgeräte wurde in der Amateurfunkzeitschrift "CQ DL" veröffentlicht.

Der mathematische Beweis

Die Anhänger der re-Reflexions-Hypothese gehen davon aus, dass eine Impedanzsprungstelle Leistung reflektiert und rechnen deshalb überlagerten Teilwellen von Strom und Spannung jeweils ihre eigenen Teilleistungen zu, wobei das Vorzeichen die Richtung des Energieflusses bestimmt. Ich habe bis hierher durch rein logische Argumentation hergeleitet, dass diese Betrachtungsweise falsch ist, weil es auf einer Leitung niemals und nirgends zugleich zwei entgegengesetzte Energieflüsse geben kann. Jetzt

möchte ich abschließend auch noch den mathematischen Beweis dafür liefern, und zwar anhand einer quantitativen Analyse des Einschwingvorgangs bei der konjugiert komplexen Anpassung.

Ein Generator sieht immer nur die reelle physikalische Impedanz einer Übertragungsleitung, also ihren Wellenwiderstand Z_0 , der das Verhältnis der vom Generator in die Leitung geschickten *vorlaufenden Welle* von Spannung und Strom $V_v / I_v = Z_0$ festlegt. Erreicht diese Welle eine Impedanzsprungstelle - also eine von der ihr aufgeprägten Impedanz abweichende Impedanz $Z_s \neq Z_0$ - wird die hindurch *transmittierte Welle* so modifiziert, dass ihr Verhältnis von Spannung und Strom $V_t / I_t = Z_s$ der neuen Impedanz des Mediums entspricht, in dem sie sich nun weiterbewegt oder von dem sie in eine andere Energieform umgesetzt wird. Gleichzeitig wird die dadurch ausgelöste Änderung von V_v und I_v reflektiert und erzeugt eine *rücklaufende Welle*, deren Verhältnis $V_r / I_r = Z_0$ unverändert der alten Impedanz des Mediums entspricht, aus dem sie ursprünglich kam und in dem sie sich nun zurückbewegt. Diese Reflexion wird quantitativ durch den Reflexionskoeffizienten Γ (Gamma) und seinen Betrag ρ (rho) beschrieben:

$$\Gamma = (Z_s - Z_0) / (Z_s + Z_0) = V_r / V_v$$

$$\rho = |\Gamma|$$

Ist Z_s ein reiner Wirkwiderstand, dann ist auch der allgemein komplexe Reflexionskoeffizient Γ reell mit dem Wertebereich $-1 \dots 1$. Im Falle harmonischer Schwingungen bestimmt der Betrag ρ des Vektors Γ mit dem Wertebereich $0 \dots 1$ die Amplitude der reflektierten Welle von Spannung und Strom und seine Phase ϕ den durch die Reflexion erzeugten Phasenwinkel zwischen vorlaufender und reflektierter Welle. Weil V_r und I_r der reflektierten Welle stets exakt gegenphasig sind und ihr Verhältnis Z_0 beträgt gilt:

$$V_r = \Gamma \times V_v$$

$$I_r = -\Gamma \times I_v = -V_r / Z_0$$

und für die transmittierte Welle:

$$V_t = (1 + \Gamma) \times V_v$$

$$I_t = (1 - \Gamma) \times I_v = V_t / Z$$

Zwischen Generator und Impedanzsprungstelle überlagern sich nun die vorlaufenden und rücklaufenden Wanderwellen nach dem Superpositionsprinzip, wodurch im Falle harmonischer Schwingungen

durch konstruktive und destruktive Interferenz eine überlagerte Gesamtwelle entsteht, deren Amplitudenverlauf eine der Wellenform von U_v und U_r gleichende *stehende Welle* auf der Leitung ausbildet. Das Verhältnis von Maxima zu Minima dieser Stehwelle ist das Stehwellenverhältnis *VSWR* ("Voltage Standing Wave Ratio"):

$$VSWR = (1 + \rho) / (1 - \rho)$$

$$\rho = (VSWR - 1) / (VSWR + 1)$$

Jede Impedanzsprungstelle kann als Quelle einer neuen reflektierten Teilwelle betrachtet werden und jede reflektierte / transmittierte Teilwelle wird wiederum an einer Impedanzsprungstelle reflektiert / transmittiert usw. Die Superposition aller Teilwellen ergibt die resultierende Gesamtwelle von V und I auf der Leitung und ihr Verhältnis an einem bestimmten Punkt ist die Leitungsimpedanz $Z = V / I$. Dabei handelt es sich aber um eine *virtuelle* Impedanz, die von den Teilwellen abhängig ist indem sie von ihnen erzeugt wird, aber aus Sicht der Teilwellen völlig belanglos ist und selbst keine Reflexionen verursachen kann. Im Gegensatz dazu ist eine reelle physikalische Impedanz (wie z.B. der Wellenwiderstand Z_0 einer Leitung) von den Teilwellen völlig unabhängig und kann selbst Reflexionen erzeugen.

Die Frage ist nun, ob im Falle einer fehlabgeschlossenen Übertragungsleitung die vorwärts und rückwärts laufenden Teilwellen von Spannung und Strom tatsächlich separate gegenläufige Energieflüsse darstellen oder ob es grundsätzlich nur einen einzigen Energiefluss gibt, nämlich den aus der Superposition aller Teilwellen resultierenden.

Stellen wir uns zunächst eine 2λ lange Leitung vor mit Wellenwiderstand $Z_0 = 50 \Omega$, am Eingang ein Generator mit Urspannung $V_g = 100 \text{ Veff}$ und Innenwiderstand $R_g = 50 \Omega$, am Ausgang ein Lastwiderstand $R_l = 150 \Omega$. Die Teilwellen durchlaufen also am Eingang und am Ausgang der Leitung gleichzeitig ihre positiven oder negativen Effektivwerte. Die folgende Tabelle zeigt nun in zeitlicher Abfolge von oben nach unten diese Effektivwerte der im System entstehenden Teilwellen von Spannung und Strom am Leitungseingang (linke Tabellenspalte) und am Leitungsausgang (rechte Tabellenspalte). Die Spaltenüberschrift zeigt auch den Reflexionskoeffizienten Γ beim Blick in den Generator am Eingang und in die Last am Ausgang der Leitung. Die Richtung der Teilwellen ist dargestellt durch die Pfeile (\gg) vorwärts, (\ll) rückwärts). Weil sich die Zustände auf einer Leitung im Abstand von 1λ exakt wiederholen und die Leitung 2λ lang ist, gelten für ihren Eingang und Ausgang jeweils dieselben Spannungen und Ströme und alle Teilwellen überlagern sich dort ohne Phasendifferenz. Deshalb können dort die Spannungen und Ströme

der Teilwellen ohne Beachtung von Phasenwinkeln einfach summiert werden, um als Superposition die überlagerte Gesamtwellen zu erhalten und daraus die

Leistung $P = 37.5 \text{ W}$ und die Leitungsimpedanz $Z = 150 \Omega$ am Eingang und Ausgang der Leitung zu berechnen:

Generator	Leitung	Lastwiderstand
100 V / 50 Ohm	2 Lambda 50 Ohm	150 Ohm
*		*

< Gamma=0.0		Gamma=0.5 >

Teilwellen am Leitungseingang:		Teilwellen am Leitungsausgang:
50.0V 1.000A >>>		>>> 50.0V 1.000A
25.0V -0.500A <<<		<<< 25.0V -0.500A

75.0V 0.500A	< Superposition >	75.0V 0.500A
P = 75.0V x 0.500A = 37.5W >>>		P = 75.0V x 0.500A = 37.5W >>>
Z = 75.0V / 0.500A = 150 Ohm		Z = 75.0V / 0.500A = 150 Ohm

Sobald die reflektierte Teilwelle den Generator am Leitungseingang erreicht ist das System eingeschwingen. Würde man die Leistung nicht erst aus der superponierten Summe aller Teilwellen von Spannung und Strom berechnen, sondern die Teilleistung jeder Teilwelle berechnen und dann summieren, ergäbe sich in beiden Tabellenspalten - also am Leitungseingang und am Leitungsausgang - folgende identische Leistungsrechnung:

$$\begin{aligned}
 50.0\text{V} \times 1.000\text{A} &= 50.000\text{W} \gg\gg \\
 25.0\text{V} \times -0.500\text{A} &= -12.500\text{W} \ll\ll \\
 \hline
 &= 37.500\text{W} \gg\gg
 \end{aligned}$$

Die Leitung würde also auch nach dieser Rechnung 37.5 W aufnehmen und an den Lastwiderstand abgeben. Die Rechnung scheint korrekt und man könnte also annehmen, dass vorwärts und rückwärts laufende Wellen von Spannung und Strom tatsächlich separate gegenläufige Energieflüsse darstellen, wobei die Richtung des Energieflusses durch das Vorzeichen dargestellt wird: Vorwärtsleistung $P_v = 50 \text{ W}$, Rückwärtsleistung $P_r = -12.5 \text{ W}$.

Damit der Generator seine maximal verfügbare angepasste Leistung liefern kann, soll jetzt ein ent-

sprechendes Anpassnetzwerk genau in der Mitte der Leitung eingefügt werden. An dieser Stelle ist nichts weiter als ein einfacher Transformator erforderlich mit Impedanzverhältnis $1:3 =$ Spannungsverhältnis $1:1.73 =$ Stromverhältnis $1.73:1$ (Generatorseite : Lastseite), der die Leitung jetzt in zwei 1λ lange Segmente teilt. Die Teilwellen sehen also unabhängig von der Leitungsimpedanz immer eine reelle physikalische Impedanz von $Z = Z_0 / 3 = 16.7 \Omega$ an der Generatorseite und $Z = Z_0 \times 3 = 150 \Omega$ an der Lastseite des Trafos. Die folgende Tabelle zeigt wieder in zeitlicher Abfolge von oben nach unten die Effektivwerte der im System durch Reflexion und Transmission entstehenden Teilwellen von Spannung und Strom am Leitungseingang (linke Tabellenspalte) und am Leitungsausgang (rechte Tabellenspalte). Die Spaltenüberschrift zeigt auch den Reflexionskoeffizienten Γ beim Blick in den Generator am Eingang und in die Last am Ausgang der Leitung sowie von beiden Seiten in den Trafo. Die vertikale Spaltentrennungslinie symbolisiert den Trafo, Transmissionen werden dort mit "T" und Reflexionen mit "R" und Richtungspfeilen dargestellt. Für Eingang, Ausgang und Mitte der Leitung gelten jeweils dieselben Spannungen und Ströme und alle Teilwellen überlagern sich dort ohne Phasendifferenz:

Leitungssegment 1 Lambda 50 Ohm	Trafo Z=1:3	Leitungssegment 1 Lambda 50 Ohm
Generator 100 V / 50 Ohm *	U=1:1.73 I=1.73:1 *	Lastwiderstand 150 Ohm *

< Gamma=0.0 Gamma=-0.5 >		< Gamma=0.5 Gamma=0.5 >

Teilwellen am Leitungsingang:		Teilwellen am Leitungsaustritt:
50.0V 1.000A >>>		
	<<<R T>>>	
-25.0V 0.500A <<<		>>> 43.3V 0.866A
	<<<T R>>>	<<< 21.7V -0.430A
18.8V -0.370A <<<		>>> 10.8V 0.220A
	<<<T R>>>	<<< 5.4V -0.110A
4.7V -0.095A <<<		>>> 2.7V 0.055A
	<<<T R>>>	<<< 1.35V -0.028A
1.2V -0.024A <<<		>>> 0.68V 0.014A
	<<<T R>>>	<<< 0.34V -0.007A
0.3V -0.006A <<<		
	<<<T R>>>	
etc.		etc.

50.0V 1.005A	< Superposition >	86.3V 0.580A
P = 50.0V x 1.005A		P = 86.3V x 0.580A
= 50W >>>		= 50W >>>
Z = 50.0V / 1.005A		Z = 86.3V / 0.580A
= 50 Ohm		= 150 Ohm

Es handelt sich hierbei um eine sogenannte *konjugiert komplexe Anpassung*, weil bei einem gedachten Auftrennen der Leitung an beliebiger Stelle die Impedanzen beim Blick in beide Leitungsstücke zueinander konjugiert komplex sind, d.h. Real- und Imaginärteil sind jeweils betragsmäßig gleichgroß aber die Vorzeichen der Imaginärteile sind umgedreht. Die anfänglich vom Generator kommende und durch den Trafo hindurch transmittierte Teilwelle wird zyklisch am Lastwiderstand und danach am Trafo teilweise reflektiert, wobei die rückwärts durch den Trafo in Richtung Generator transmittierten Teilwellen exakt in Gegenphase zu der Teilwelle sind, welche die ursprüngliche Fehlanpassung ausgelöst hat. Der eingeschwingene Zustand des Systems wird nie vollständig erreicht, aber die Amplitude der rückwärts durch den Trafo transmittierten Teilwelle geht asymptotisch gegen null. Dabei neutralisiert sie die ursprüngliche

Reflexion am Trafo bei jedem Zyklus mehr und mehr, bis der Generator seine maximal verfügbare angepasste Leistung von 50 W in die Leitung liefert und diese vom Lastwiderstand vollständig aufgenommen wird. Die sich während des Einschwingvorgangs bildenden reflektierten / transmittierten Teilwellen bleiben bestehen bis eine Änderung des Generatorsignals einen neuen Einschwingvorgang nötig macht oder der Generator abgeschaltet wird - ohne ihr Zusammenwirken würde die Anpassung zusammenbrechen.

Wegen des Superpositionsprinzips und der Tatsache, dass die Teilwellen nur reele physikalische Impedanzen sehen, funktioniert diese konjugiert komplexe Anpassung nicht so, wie wir uns das allgemein vorstellen. Das Anpassnetzwerk verhindert nämlich keineswegs die ursprüngliche Reflexion in Richtung Generator sondern sorgt dafür, dass die an ihm re-

flektierte und zum Generator zurücklaufende Teilwelle mit anderen zum Generator zurücklaufenden Teilwellen destruktiv interferiert, nämlich mit den von der fehlangepassten Last am Leitungsausgang reflektierten und teilweise rückwärts durch das Anpassnetzwerk transmittierten Teilwellen. Mit anderen Worten: Die mehrfachen Reflexionen an einer fehlangepassten Last und die ursprüngliche Reflexion einer dazu reziproken Fehlanpassung am Anpassnetzwerk machen sich im Leitungssegment zwischen Generator und Anpassnetzwerk gegenseitig durch destruktive Interferenz unschädlich.

Die konjugiert komplexe Anpassung ist übrigens kein Spezialfall - jede reale Zwangsanpassung durch ein Anpassnetzwerk funktioniert nach diesem Prinzip, wobei Art und Länge der beiden Leitungssegmente variieren. Fügen wir z.B. das Anpassnetzwerk am Ende der Leitung unmittelbar vor der Last ein, benötigen wir in der Realität immer noch ein endlich kurzes Leitungssegment zum Lastwiderstand, und sei es nur eine kurze Drahtbrücke. Je kürzer dieses Leitungssegment, umso schneller und Verzerrungsärmer ist der Einschwingvorgang und umso niedriger sind die Zusatzverluste.

So ergibt sich in der Tabelle aus der superponierten Gesamtwelle von Spannung und Strom an beiden Leitungsenden eine Leistung von $P = 50 \text{ W}$ sowie eine Leitungsimpedanz von $Z = 50 \Omega$ am Eingang und $Z = 150 \Omega$ am Ausgang der Leitung. Dass der Einschwingvorgang in der Tabelle korrekt dargestellt wird, lässt sich sehr einfach durch eine Spice-Simulation verifizieren. Würde man stattdessen wieder die Leistung jeder Teilwelle berechnen und dann summieren, ergäbe sich in der rechten Tabel-

lenspalte - also am Leitungsausgang - folgende abweichende Leistungsrechnung:

$$\begin{array}{r}
 43.3\text{V} \times 0.866\text{A} = 37.498\text{W} \gg\gg \\
 21.7\text{V} \times -0.43\text{A} = -9.331\text{W} \ll\ll \\
 10.8\text{V} \times 0.22\text{A} = 2.376\text{W} \gg\gg \\
 5.4\text{V} \times -0.11\text{A} = -0.594\text{W} \ll\ll \\
 2.7\text{V} \times 0.055\text{A} = 0.149\text{W} \gg\gg \\
 1.35\text{V} \times -0.028\text{A} = -0.038\text{W} \ll\ll \\
 0.68\text{V} \times 0.014\text{A} = 0.009\text{W} \gg\gg \\
 0.34\text{V} \times -0.007\text{A} = -0.002\text{W} \ll\ll \\
 \text{-----} \\
 30.067\text{W} \gg\gg
 \end{array}$$

Die Leitung würde also nach dieser Rechnung nur 30 W an den Lastwiderstand abgeben - was ganz offensichtlich falsch ist ! Um herauszufinden, weshalb die Summierung der Teilleistungen in den Teilwellen jetzt nicht mehr funktioniert, wollen wir nun folgendes tun: Wir berechnen die Leistung auf dem Leitungssegment zwischen Trafo und Lastwiderstand beginnend mit der ursprünglichen vorlaufenden Welle $P = V \times I$ und dann bei jeder Reflexion am Lastwiderstand oder am Trafo immer wieder neu und zwar in symbolischer Form, wobei V und I für die Effektivwerte der ursprünglichen Spannungs- und Stromwelle auf der Leitung stehen. Die Berechnung der Leistung soll als Doppelzeile nach zwei unterschiedlichen Methoden durchgeführt werden: In der 1. Zeile P_1 als Summe der in den Teilwellen enthaltenen Teilleistungen und in der 2. Zeile P_2 als Leistungsprodukt der superponierten also summierten Spannungen und Ströme der Teilwellen. Die Rechnung bis zur 3. Reflexion an der Last sieht dann so aus:

$$\begin{array}{l}
 P_1 = V \times I \\
 P_2 = V \times I
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 P_1 = V \times I + \Gamma V \times -\Gamma I \\
 P_2 = (V + \Gamma V) \times (I - \Gamma I)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 P_1 = V \times I + \Gamma V \times -\Gamma I + \Gamma^2 V \times \Gamma^2 I \\
 P_2 = (V + \Gamma V + \Gamma^2 V) \times (I - \Gamma I + \Gamma^2 I)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 P_1 = V \times I + \Gamma V \times -\Gamma I + \Gamma^2 V \times \Gamma^2 I + \Gamma^3 V \times -\Gamma^3 I \\
 P_2 = (V + \Gamma V + \Gamma^2 V + \Gamma^3 V) \times (I - \Gamma I + \Gamma^2 I - \Gamma^3 I)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 P_1 = V \times I + \Gamma V \times -\Gamma I + \Gamma^2 V \times \Gamma^2 I + \Gamma^3 V \times -\Gamma^3 I + \Gamma^4 V \times -\Gamma^4 I \\
 P_2 = (V + \Gamma V + \Gamma^2 V + \Gamma^3 V + \Gamma^4 V) \times (I - \Gamma I + \Gamma^2 I - \Gamma^3 I + \Gamma^4 I)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 P_1 = V \times I + \Gamma V \times -\Gamma I + \Gamma^2 V \times \Gamma^2 I + \Gamma^3 V \times -\Gamma^3 I + \Gamma^4 V \times -\Gamma^4 I + \Gamma^5 V \times -\Gamma^5 I \\
 P_2 = (V + \Gamma V + \Gamma^2 V + \Gamma^3 V + \Gamma^4 V + \Gamma^5 V) \times (I - \Gamma I + \Gamma^2 I - \Gamma^3 I + \Gamma^4 I - \Gamma^5 I)
 \end{array}$$

Werden die Terme ausmultipliziert, zusammengefasst und vereinfacht geschrieben ergibt sich:

$$P_1 = VI$$

$$P_2 = VI$$

$$P_1 = VI - \Gamma^2 VI$$

$$P_2 = VI - \Gamma^2 VI$$

$$P_1 = VI - \Gamma^2 VI + \Gamma^4 VI$$

$$P_2 = VI + \Gamma^2 VI + \Gamma^4 VI$$

$$P_1 = VI - \Gamma^2 VI + \Gamma^4 VI - \Gamma^6 VI$$

$$P_2 = VI + \Gamma^2 VI - \Gamma^4 VI - \Gamma^6 VI$$

$$P_1 = VI - \Gamma^2 VI + \Gamma^4 VI - \Gamma^6 VI + \Gamma^8 VI$$

$$P_2 = VI + \Gamma^2 VI + \Gamma^4 VI + \Gamma^6 VI + \Gamma^8 VI$$

$$P_1 = VI - \Gamma^2 VI + \Gamma^4 VI - \Gamma^6 VI + \Gamma^8 VI - \Gamma^{10} VI$$

$$P_2 = VI + \Gamma^2 VI + \Gamma^4 VI - \Gamma^6 VI - \Gamma^8 VI - \Gamma^{10} VI$$

P_1 und P_2 sind nur bis zur zweiten Doppelzeile identisch, also bis zur ersten Reflexion an der Last. Bis zu diesem Punkt liefern also beide Berechnungsmethoden dasselbe Resultat und man könnte annehmen, dass beide Betrachtungsweisen zulässig sind. Bei einer fehlabgeschlossenen Übertragungsleitung ohne konjugiert komplexe Anpassung wäre hier der eingeschwungene Zustand bereits erreicht.

Ab der dritten Doppelzeile, also der ersten Reflexion am Trafo, unterscheiden sich jedoch die Vorzeichen einiger Terme und damit die nach beiden Methoden berechneten Leistungen. Ab hier liefert nur die 2. Methode das korrekte Ergebnis, also die Annahme eines einzigen Energieflusses auf der Leitung, der sich aus dem Leistungsprodukt der superponierten Spannungen und Ströme aller Teilwellen ergibt. Die 1. Methode, also die Betrachtungsweise der Anhänger der re-Reflexions-Hypothese dass jede Teilwelle ihre eigene Teilleistung besitzt, ist damit definitiv falsch, obwohl sie bis zur 1. Reflexion an der Last auch das korrekte Ergebnis liefert. Schreibt man alle Zeilen der korrekten Methode hintereinander ...

$$P_2 = VI$$

$$P_2 = VI - \Gamma^2 VI$$

$$P_2 = VI + \Gamma^2 VI + \Gamma^4 VI$$

$$P_2 = VI + \Gamma^2 VI - \Gamma^4 VI - \Gamma^6 VI$$

$$P_2 = VI + \Gamma^2 VI + \Gamma^4 VI + \Gamma^6 VI + \Gamma^8 VI$$

$$P_2 = VI + \Gamma^2 VI + \Gamma^4 VI - \Gamma^6 VI - \Gamma^8 VI - \Gamma^{10} VI$$

... lässt sich auch das Konstruktionsschema dieser Reihenentwicklung erahnen: 1) In Zeile n kommt ein

neuer Term $\Gamma^{2(n-1)}VI$ hinzu, 2) das Vorzeichen dieses Terms ist - bei geradem und + bei ungeradem n und 3) das Vorzeichen dieses Terms wechselt in den n-1 ersten Zeilen und bleibt dann konstant. In Näherung ergibt sich deshalb das Ergebnis als Summe aller Terme, während bei der falschen Methode das Vorzeichen bei jedem neuen Term wechselt.

Fazit

Es gibt keine Reflexion von Leistung an einer Impedanzsprungstelle, keine gegenläufigen Wirkleistungen an irgendeinem Punkt einer Leitung und deshalb auch keine totale re-Reflexion von Leistung am Generator. Wir müssen uns klarmachen, dass der Energiefluss die Folge elektromagnetischer Felder ist und nicht ihre Ursache und deshalb dürfen wir ihn erst aus der Summe aller Teilwellen berechnen. Dabei müssen wir in den Begriffen reflektierter Wellen anstatt reflektierter Leistungen denken und alle Teilwellen so berechnen, als wären sie jeweils ganz allein im System. Erst wenn wir diese Regeln beachten, sind die Vorgänge auf einer Übertragungsleitung einfach verständlich und korrekt darstellbar.

* * *

1. Maxwell, M. Walter: *Reflections - Transmission Lines and Antennas*. American Radio Relay League, 1990.
2. *Zirkulatoren* sind passive Bauelemente der Hoch- und Höchstfrequenztechnik mit drei Anschlüssen (Ports), die auf Faraday-Rotatoren aus Ferriten in Hohlleiter- oder Streifenleitungstechnik basieren. Sie enthalten Dauermagnete, in deren magnetischem Gleichfeld das Ferrit vormagnetisiert und seine Permeabilität von der Feldrichtung abhängig wird. Dadurch entsteht eine nicht-reziproke Übertragung zwischen den Ports indem ein Signal, das in einen Port eingespeist wird, nur zum jeweils nächsten Port in Rotationsrichtung (also quasi im Kreis) weitergeleitet wird.
3. Feynman, Richard P. / Leighton, Robert B. / Sands, Matthew: *The Feynman Lectures on Physics, Definitive Edition, Volume II*. Addison-Wesley, 2006.
4. Gauthier, N.: "What happens to energy and momentum when two oppositely-moving wave pulses overlap ?", American Journal of Physics, Vol. 71, No. 8, August 2003, S. 787 ff.
5. Galili, Igal / Goihbarg, Elisabetta: "Energy transfer in electrical circuits: A qualitative account", American Journal of Physics, Vol. 73, No. 2, February 2005, S. 141 ff.
6. French, A. P.: *Vibrations and Waves*. Norton, New York, 1971.
7. Brandt, Hans-Joachim / DJ1ZB: "Die 'Urform' nach Buschbeck", CQ DL, März 2004, S. 188 ff.

DJ5IL_rt002.pdf
 Originalversion: 17.7.2011
 Revisionen: 31.7.2011, 17.10.2011, 25.10.2011, 30.10.2011, 2.11.2011, 12.11.2011, 9.7.2012