

Energiefluss und Verluste auf Übertragungsleitungen

Gibt es reflektierte Leistung und woher kommt der Zusatzverlust auf einer fehlabgeschlossenen Übertragungsleitung ?

"Another Look at Reflections" lautet der Titel eines mehrteiligen Artikels von Walter Maxwell, W2DU, der 1973 in der amerikanischen Amateurfunkzeitschrift QST und später auch als Buch¹ erschien. Laut Maxwell gibt es auf einer fehlabgeschlossenen Übertragungsleitung entgegengesetzte Energieflüsse und eine totale *re-Reflexion* der "reflektierten Leistung" am Generator, wobei dieser durch Fehlanpassung seine Leistung exakt um den Betrag der reflektierten Leistung drosselt und

diese Leistungsreduktion durch die re-Reflexion ersetzt wird. Bis heute war übrigens niemand in der Lage, eine schlüssige Begründung für die rätselhafte totale re-Reflexion zu liefern. Ich habe dieses Modell in meinem Artikel "Energiefluss auf Übertragungsleitungen"² widerlegt und eine eigene Theorie formuliert, die ich hier in kondensierter Form und ergänzt um die Berechnung des Zusatzverlustes präsentiere.

Energiefluss auf Übertragungsleitungen

Elektromagnetischer Energiefluss findet nicht in den Leitern selbst durch Spannung und Strom, sondern ausschließlich in den sie umgebenden elektromagnetischen Feldern statt. Aus Spannung V und Strom I auf den Leitern berechnen wir lediglich ein Maß für den Energiefluss, nämlich die elektrische Leistung $P = V I$. Der wirkliche Energiefluss geschieht aber im elektromagnetischen Feld, das die Leiter umgibt³.

Ein Generator, bestehend aus einer Wechselspannungsquelle mit der Amplitude V_0 und einem Innenwiderstand R_i in Serie, speist eine $\lambda/2$ lange am Ende offene ideale Übertragungsleitung mit dem Wellenwiderstand Z_0 . Wir betrachten die vorlaufenden (V_v, I_v) und rücklaufenden (V_r, I_r) Teilwellen von Spannung und Strom auf der Leitung. Weil sie interferieren variiert die Impedanz $Z = (V_v + V_r) / (I_v + I_r)$ der aus ihrer Superposition (Überlagerung) gebildeten *Gesamtwelle* entlang der Leitung und beträgt auf Leitungsmitte 0 Ohm. Hätte Z einen Einfluss auf die vorlaufende Spannungswelle V_v , dann müsste sie dort auf 0 V zusammenbrechen - denn 0 Ohm stellt einen Kurzschluss dar, was eine Totalreflexion mit umgekehrtem Vorzeichen bewirkt. In diesem Fall wäre zwischen Mitte und Ende der Leitung keine vorlaufende und deshalb auch keine reflektierte und somit rücklaufende Spannungswelle vorhanden - dieser Kurzschluss würde sich also quasi selbst verhindern ! Simuliert (z.B. mit Spice) oder im praktischen Versuch lässt sich nachweisen, dass dies natürlich nicht der Fall ist, denn am Leitungsende ist eine Wechselspannung mit der Amplitude V_0 messbar als Superposition von $V_v + V_r = V_0 / 2 + V_0 / 2 = V_0$. Die Impedanz Z an irgendeinem Punkt der Leitung hat also keinerlei Auswirkung auf die Teilwellen und deren Verhältnis von Spannung und Strom ist stets gleich dem Wellenwiderstand der Leitung $V_v / I_v = V_r / I_r = Z_0$.

Dieser Versuch bestätigt die Gültigkeit des *Superpositionsprinzips*, das folgendes besagt: Die Gesamtwelle ist die Vektorsumme - also die Überlagerung oder Superposition - der von allen Quel-

Karl Fischer, DJ5IL

Friedenstr. 42, 75173 Pforzheim

www.cq-cq.eu - DJ5IL@cq-cq.eu

len erzeugten Teilwellen, wobei Reflexionspunkte als Quellen der reflektierten Teilwellen betrachtet und alle Teilwellen separat berechnet werden können, denn sie verhalten sich so, als wären sie jeweils alleine im System. Das fundamentale Konzept des Superpositionsprinzips ist, dass die Teilwellen in keinsten Weise von anderen Teilwellen oder von der Gesamtwellen beeinflusst werden. Sie sehen deshalb auch nur reell vorhandene, d.h. von anderen Teilwellen unabhängige physikalische Impedanzen, und sie gehen völlig unverändert aus Interferenzen mit anderen Teilwellen wieder hervor. Daraus ergibt sich folgende Kausalkette:

1) Die Amplitude der vom Generator in die Leitung geschickten vorlaufenden Spannungswelle beträgt $V_v = V_0 \cdot R_i / (R_i + Z_0)$. Sie ist nur abhängig von V_0 , R_i und Z_0 und bleibt deshalb auch nach dem Eintreffen der Reflexion am Leitungseingang unverändert. Gleiches gilt entsprechend für die vorlaufende Stromwelle I_v . Daraus folgt:

2) Es kann im Falle von $R_i = Z_0$ keine re-Reflexion der rücklaufenden Wellen V_r und I_r am Generator geben, denn es gibt keine Änderung von V_v und I_v beim Eintreffen der Reflexion welche durch eine re-Reflexion ausgeglichen werden könnte. Daraus folgt:

3) Die rücklaufenden Teilwellen V_r und I_r laufen aus dem Leitungseingang heraus und in den Generator hinein. Am Innenwiderstand des Generators wird dadurch aber keine Energie in Wärme umgesetzt, wie sich durch Simulation oder im praktischen Versuch nachweisen lässt. Daraus folgt:

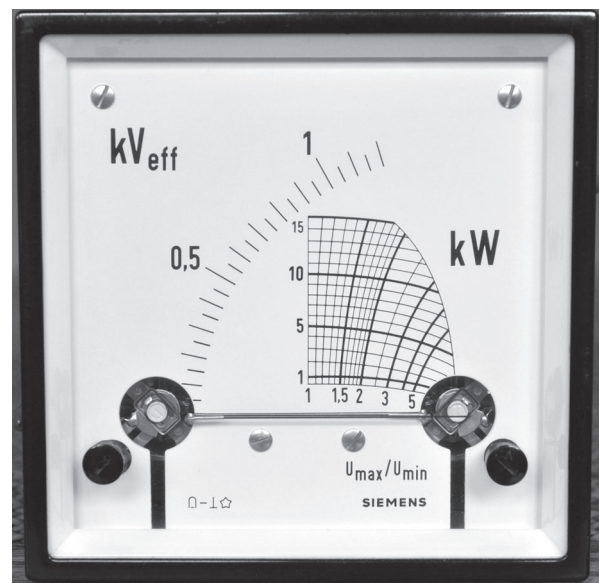
4) Die rücklaufenden Teilwellen V_r und I_r können keinen eigenständigen Energiefluss darstellen. Denn obwohl der Energiefluss (also die Leistung) streckenweise sehr wohl verschwinden kann, müsste die rücklaufende Energie erhalten bleiben und im Generatorinnenwiderstand in Wärme umgesetzt werden, was nicht der Fall ist. Daraus folgt:

5) Auch die vorlaufenden Teilwellen V_v und I_v können keinen eigenständigen Energiefluss darstellen, denn sonst wäre die Energiebilanz der Leitung nicht ausgeglichen. Der Energiefluss P ergibt sich also aus dem Produkt der superponierten Gesamtwellen von Spannung und Strom mit $P = (V_v + V_r) (I_v + I_r)$.

Die Reflexion an einer Impedanzsprungstelle erzeugt also keine reflektierte Leistung und es gibt auch keine re-Reflexion am Generator. Die reflektierten Teilwellen von Spannung und Strom können auf der Leitung abhängig von der Betriebsart (z.B. im Impulsbetrieb) sehr wohl zeit- oder streckenweise zu einem Energiefluss in Richtung Generator führen, aber es gibt niemals und nirgends auf der Leitung gleichzei-

tig zwei entgegengesetzte Energieflüsse. Sowohl der Generator am Eingang als auch der Lastwiderstand am Ausgang der Leitung geben zu jedem Zeitpunkt entweder Leistung ab oder nehmen Leistung auf, aber niemals beides zugleich.

Sogenannte "bidirektionale Wattmeter", die übrigens nur bei Funkamateuren gebräuchlich sind, kann es also nicht geben und schon der Begriff ist unsinnig. Diese Geräte messen lediglich die Amplituden der vor- und rücklaufenden Spannungswellen und ihre in Watt geeichten Skalen liefern prinzipiell falsche Werte: Die angezeigte "reflektierte Leistung" existiert überhaupt nicht, aber ihr Wert muss von der angezeigten vorlaufenden Leistung abgezogen werden, um die tatsächliche Wirkleistung auf der Übertragungsleitung zu erhalten. Folgende Abbildung zeigt die Kreuzzeiger-Skala der Urform aller Stehwellen-Messgeräte nach Buschbeck (Patenterteilung 1939), wie sie bis in die 1980er Jahre in kommerziellen Sendern von Siemens und Telefunken zu finden waren, aber heute leider nicht mehr gebaut werden. Angezeigt werden die maximale Spannung in kVeff (linker Skalenbogen), das Stehwellenverhältnis VSWR = U_{max} / U_{min} (horizontale Skala unter der Kurvenschar) sowie die tatsächliche Wirkleistung auf der Übertragungsleitung in kW (vertikale Skala neben der Kurvenschar). Eine Skala für "reflektierte Leistung" sucht der Funkamateurer auf diesem professionellen Messgerät vergeblich.



Verluste auf Übertragungsleitungen

Der Gesamtverlust L_g einer fehlabgeschlossenen Übertragungsleitung setzt sich zusammen aus ihrem angepassten (nominellen) Verlust L_a und einem Zusatzverlust L_z :

$$L_g = L_a + L_z \quad (\text{dB})$$

Das auf der Titelseite abgebildete Diagramm stammt aus der 15. Ausgabe des "ARRL Antenna Book". Es

zeigt eine Kurvenschar, aus der sich der Gesamtverlust als Funktion des angepassten Verlustes und des SWR am Lastwiderstand ablesen lässt. Der Betrag des Gesamtverlustes wird richtig, aber sein Vorzeichen fälschlicherweise positiv ausgewiesen (Verluste in dB sind immer negativ).

Der Zusatzverlust wird meist damit begründet, dass mit dem SWR die Spannungen und Ströme auf der Leitung und damit die Verluste im Dielektrikum und die Ohm'schen Verluste in den Leitern steigen. Wäre diese einfache Begründung richtig, dann müsste auch der angepasste Verlust in dB einer Leitung mit der Sendeleistung steigen, was nicht der Fall ist. Denn mit der Sendeleistung steigt zwar ihre absolute Verlustleistung in Watt, nicht aber ihr Verlust in dB als Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsleistung. Außerdem wechseln sich auf einer Leitung mit Stehwellen Maxima und Minima von Spannung bzw. Strom im Abstand von $\lambda/4$ ab. An den Maxima sind sie höher, aber dafür an den Minima um denselben Faktor niedriger als im angepassten Fall. Gemittelt über eine lange Leitung entsprechen somit Spannung und Strom dem angepassten Fall. Diese Begründung des Zusatzverlustes ist also offensichtlich falsch.

Der Zusatzverlust nach Rechenmethode 1

Eine Gleichspannungsquelle mit dem Innenwiderstand R_i in Serie speist über eine Übertragungsleitung mit dem Wellenwiderstand Z_0 einen Lastwiderstand $R_l <> Z_0$. Hier interessieren keine absoluten Leistungen, sondern nur Leistungsverhältnisse, deshalb rechne ich durchgängig mit relativen Werten für Spannungen, Ströme, Leistungen etc. ohne physikalische Einheiten. Am Eingang der Leitung sollen die vorlaufenden Teilwellen von Spannung V_{ve} und Strom I_{ve} den relativen Wert 1 haben:

$$\begin{aligned} V_{ve} &= 1 \\ I_{ve} &= 1 \end{aligned}$$

Die Länge der Leitung sei 1 und ihr angepasster Verlust L_a dB (negativ !). Am Ausgang der Leitung erscheinen die vorlaufenden Teilwellen von Spannung V_{va} und Strom I_{va} um den Dämpfungsfaktor d der gesamten Leitung gedämpft:

$$\begin{aligned} d &= 10^{(L_a / 20)} \\ V_{va} &= d V_{ve} = d \\ I_{va} &= d I_{ve} = d \end{aligned}$$

Die grundsätzlichen Vorgänge auf einer Übertragungsleitung lassen sich sehr einfach und übersichtlich im Gleichspannungsbetrieb beschreiben, weil sich keine Interferenzen gegenläufiger harmonischer Schwingungen in Form von Stehwellen bilden können. Nur um das Ergebnis dieser Rechnung mit dem Diagramm vergleichbar zu machen, wird ein fiktives Stehwellenverhältnis SWR am Lastwiderstand vor-

gegeben und daraus der Betrag ρ des Reflexionskoeffizienten berechnet:

$$\rho = (\text{SWR} - 1) / (\text{SWR} + 1)$$

Erweitert um das Vorzeichen ergibt sich daraus der Reflexionskoeffizient Γ :

$$\begin{aligned} \Gamma &= \rho \quad \text{falls } R_l > Z_0 \\ \Gamma &= -\rho \quad \text{falls } R_l < Z_0 \end{aligned}$$

Γ bestimmt die relativen Werte der vom fehlangepassten Lastwiderstand reflektierten rücklaufenden Teilwellen von Spannung V_{ra} und Strom I_{ra} :

$$\begin{aligned} V_{ra} &= \Gamma V_{va} = \Gamma d \\ I_{ra} &= -\Gamma I_{va} = -\Gamma d \end{aligned}$$

Durch Superposition von vorlaufenden und rücklaufenden Teilwellen ergeben sich die relativen Werte für Spannung V_a und Strom I_a am Ausgang der Leitung:

$$\begin{aligned} V_a &= V_{va} + V_{ra} = d + \Gamma d \\ I_a &= I_{va} + I_{ra} = d - \Gamma d \end{aligned}$$

Durch Multiplikation ergibt sich der relative Energiefluss, also die relative Leistung P_a am Ausgang der Leitung:

$$\begin{aligned} P_a &= V_a I_a = (d + \Gamma d) (d - \Gamma d) = d^2 - \Gamma^2 d^2 \\ &= d^2 (1 - \Gamma^2) = d^2 (1 - \rho^2) \end{aligned}$$

Γ^2 in dieser Gleichung ist immer positiv, die Art der Fehlanpassung (niederohmig / hochohmig) ist also für die Leistungsberechnung irrelevant und deshalb wurde Γ durch seinen Betrag ρ ersetzt. Am Eingang der Leitung erscheinen die rücklaufenden Teilwellen von Spannung V_{re} und Strom I_{re} wiederum um den Dämpfungsfaktor d verringert:

$$\begin{aligned} V_{re} &= d V_{ra} = \Gamma d^2 \\ I_{re} &= d I_{ra} = -\Gamma d^2 \end{aligned}$$

Durch Superposition von vorlaufenden und rücklaufenden Teilwellen ergeben sich die relativen Werte für Spannung V_e und Strom I_e am Eingang der Leitung:

$$\begin{aligned} V_e &= V_{ve} + V_{re} = 1 + \Gamma d^2 \\ I_e &= I_{ve} + I_{re} = 1 - \Gamma d^2 \end{aligned}$$

Durch Multiplikation ergibt sich die relative Leistung P_e am Eingang der Leitung:

$$\begin{aligned} P_e &= V_e I_e = (1 + \Gamma d^2) (1 - \Gamma d^2) \\ &= 1 - \Gamma^2 d^4 = 1 - \rho^2 d^4 \end{aligned}$$

Der Gesamtverlust L_g der Leitung in dB berechnet sich schließlich aus dem Verhältnis von Ausgangs-

zu Eingangsleistung:

$$L_g \text{ (dB)} = 10 \log (P_a / P_e) \\ = 10 \log (d^2 (1 - \rho^2) / (1 - \rho^2 d^4))$$

Beispiel: Ein angepasster Verlust von $L_a = -6$ dB und $SWR = 3$ am Lastwiderstand ergibt $d = 0.501$ und $\rho = 0.5$ und damit $L_g = -7.18$ dB in Übereinstimmung mit dem Diagramm, der Zusatzverlust beträgt also $L_z = L_g - L_a = -7.18$ dB + 6 dB = -1.18 dB. Diese erste Methode der Verlustrechnung liefert also den korrekten Wert für den Zusatzverlust, aber keinerlei Begründung.

Der Zusatzverlust nach Rechenmethode 2

Für meine zweite Methode der Verlustrechnung wird die Leitung in eine beliebige Anzahl n gleich langer Segmente unterteilt und es werden zunächst ausgehend vom Leitungseingang für die Mitte jedes Segments $i = 1 \dots n$ die relativen Werte der vorlaufenden Teilwellen von Spannung V_{vi} und Strom I_{vi} berechnet. Der angepasste Verlust L_{ai} in dB des Leitungsstücks zwischen dem Leitungseingang und der Mitte des Segments i ist proportional zu seiner relativen Länge a_i . Weil die Gesamtlänge der Leitung 1 ist beträgt sie z.B. am Eingang 0, am Ausgang 1 und in der Mitte der Leitung 0.5. Es gilt also:

$$a_i = i / n - 1 / (2n) \\ L_{ai} = a_i L_a \\ d_i = 10^{(L_{ai}/20)} \\ V_{vi} = d_i V_{ve} = d_i \\ I_{vi} = d_i I_{ve} = d_i$$

Die relativen Werte der rücklaufenden Teilwellen von Spannung V_{ra} und Strom I_{ra} am Leitungsausgang ergeben sich genau wie nach der ersten Methode:

$$\rho = (SWR - 1) / (SWR + 1) \\ \Gamma = \rho \quad \text{falls } R_l > Z_0 \\ \Gamma = -\rho \quad \text{falls } R_l < Z_0 \\ V_{ra} = \Gamma V_{va} = \Gamma d \\ I_{ra} = -\Gamma I_{va} = -\Gamma d$$

Dann werden ausgehend vom Leitungsausgang für die Mitte jedes Segments $i = n \dots 1$ die relativen Werte der rücklaufenden Teilwellen von Spannung V_{ri} und Strom I_{ri} sowie durch Superposition von vorlaufenden und rücklaufenden Teilwellen die relativen Werte der Gesamtwellen von Spannung V_i und Strom I_i berechnet. Die angepasste Dämpfung L_{ai} bezieht sich jetzt auf das Leitungsstück zwischen Leitungsausgang und Mitte des Segments i . Es gilt also:

$$a_i = (n - i) / n + 1 / (2n) \\ L_{ai} = a_i L_a \\ d_i = 10^{(L_{ai}/20)}$$

$$V_{ri} = d_i V_{ra} = \Gamma d_i^2 \\ I_{ri} = d_i I_{ra} = -\Gamma d_i^2 \\ V_i = V_{vi} + V_{ri} \\ I_i = I_{vi} + I_{ri}$$

Außerdem werden der relative Energiefluss (= Leistung) F_i und die Energiedichte D_i in der Mitte des Segments, die relative Verweildauer eines Energiequantums T_i in diesem Segment und der Gesamtverlust L_{gi} dieses Segments berechnet:

$$F_i = V_i I_i \\ D_i = V_i^2 / 2 + I_i^2 / 2 \\ T_i = D_i / F_i \\ L_{gi} \text{ (dB)} = T_i (L_a / n)$$

Der Gesamtverlust L_g der Leitung ergibt sich schließlich durch Summierung aller Segmentverluste L_{gi} :

$$L_g \text{ (dB)} = \sum_{(i=1\dots n)} L_{gi}$$

Zur Erklärung der letzten Rechenschritte stelle man sich einen Behälter vor, in dessen Volumen sich 10 weiße Kugeln befinden die ständig durchmischt werden. Wir lassen nun jede Sekunde eine weiße Kugel oben in den Behälter hinein und gleichzeitig eine Kugel unten aus dem Behälter herausfallen. Irgendwann fällt ausnahmsweise eine rote Kugel in den Behälter. Weil er immer 10 Kugeln beinhaltet (9 weiße und 1 rote), beträgt jetzt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die herausfallende Kugel die rote ist, bis zum Eintritt dieses Ereignisses genau $1 / 10 = 0.1$. Es müssen also im Schnitt $1 / 0.1 = 10$ Kugeln unten herausfallen, bis sich die rote Kugel nicht mehr im Behälter befindet und ihre mittlere Verweildauer im Behälter beträgt somit 10 Sekunden. Definieren wir den Fluss F als die Anzahl der zu- und abfließenden Kugeln pro Sekunde und die Dichte D als die Anzahl Kugeln im Behältervolumen, dann ergibt sich die mittlere Verweildauer einer Kugel im Behälter zu $T = D / F$ Sekunden. Analog zu diesem Modell des Kugelflusses durch einen Behälter werden also für jedes Leitungsegment $i = 1 \dots n$ die relativen Werte von *Energiefluss* $F_i = V_i I_i$, *Energiedichte* $D_i = V_i^2 / 2 + I_i^2 / 2$ und *Verweildauer* $T_i = D_i / F_i$ eines ursprünglichen Energiequantums im Leitungsegment bezogen auf den angepassten Betrieb mit $F_i = D_i = T_i = 1.0$ berechnet. Durch Multiplikation der Verweildauer mit dem angepassten Segmentverlust ergibt sich der Gesamtverlust in dB. Dieser steigt proportional mit der relativen Verweildauer genau so wie er auch mit der Leitungslänge steigt, d.h. doppelte Verweildauer hat denselben Effekt wie doppelte Leitungslänge.

Ich habe ein kleines selbsterklärendes Programm geschrieben, das die Leitungsverluste nach beiden beschriebenen Methoden berechnet. Es kann als ausführbare LINELOSS.EXE⁴ und als Pascal-Quellcode LINELOSS.PP⁵ (normale Textdatei) von

meiner Website heruntergeladen werden und sollte auf jedem Windows-System problemlos laufen. Mit einem angepasster Verlust von $L_a = -6$ dB und $SWR = 3$ am Lastwiderstand nähert sich das Ergebnis für den Gesamtverlust mit steigender Anzahl Segmente n asymptotisch dem Ergebnis der Berechnung nach der ersten Methode mit $L_g = -7.18$ dB. Hier die Ergebnisse für $n = 1, 2, 3$:

n	i	F	D	T	L (dB)
1	1	0.470	0.533	1.134	-6.80
2	1	0.686	0.730	1.065	-3.19
	2	0.310	0.399	1.286	-3.86

					-7.05
3	1	0.774	0.814	1.051	-2.10
	2	0.470	0.533	1.134	-2.27
	3	0.266	0.366	1.375	-2.75

					-7.12

Mit $n = 3$ liegt der berechnete Gesamtverlust von -7.12 dB nur noch 0.06 dB unter dem korrekten Wert von -7.18 dB und mit $n > 10$ beträgt die Abweichung weniger als 0.01 dB.

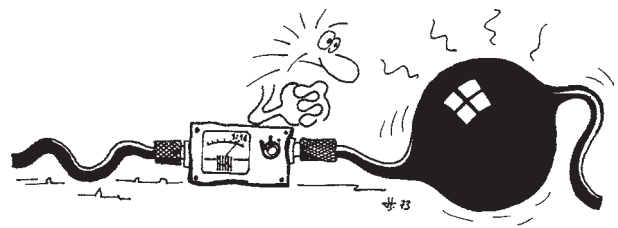
Bei einer verlustfreien Leitung mit fehlangepasstem Lastwiderstand wäre die relative Energiedichte $D > 1$ und der relative Energiefluss $F < 1$ und beide über die gesamte Leitungslänge konstant. Wegen der Leitungsverluste sind sie in diesem Beispiel über den größten Teil der Leitungslänge beide < 1 und nehmen zum Leitungsausgang hin ab. Der Energiefluss nimmt aber schneller ab, sodass die Verweildauer und damit der Segmentverlust zum Leitungsausgang hin progressiv ansteigen.

Die Ursache des Zusatzverlustes

Meine zweite Methode der Verlustrechnung liefert also ebenfalls den korrekten Wert für den Zusatzverlust. Anders als alle bisher publizierten Methoden basiert sie aber auf seiner tatsächlichen Ursache und liefert deshalb auch seine Begründung: Die von einem fehlangepassten Lastwiderstand am Ausgang einer Übertragungsleitung reflektierten Teilwellen von Spannung und Strom interferieren entsprechend dem Superpositionsprinzip mit den vom Generator in die Leitung geschickten konstanten vorlaufenden Teilwellen und erzeugen so die Ursache für den Zusatzverlust, nämlich einen *Energiestau* mit erhöhter *Energiedichte* bei gleichzeitig vermindertem *Energiefluss* und deshalb längerer *Verweildauer* eines ursprünglichen Energiequantums im elektromagnetischen Feld der verlustbehafteten Leitung. Die Leistungsreduktion am Leitungseingang beim Eintreffen der Reflexion ist also keine Reaktion des Gene-

rators auf die veränderte Eingangsimpedanz Z der Leitung - denn er sieht immer nur ihren perfekt angepassten Wellenwiderstand Z_0 - sondern sie wird unmittelbar durch die reflektierten Teilwellen verursacht, indem sie den beschriebenen Energiestau mit vermindertem Energiefluss erzeugen.

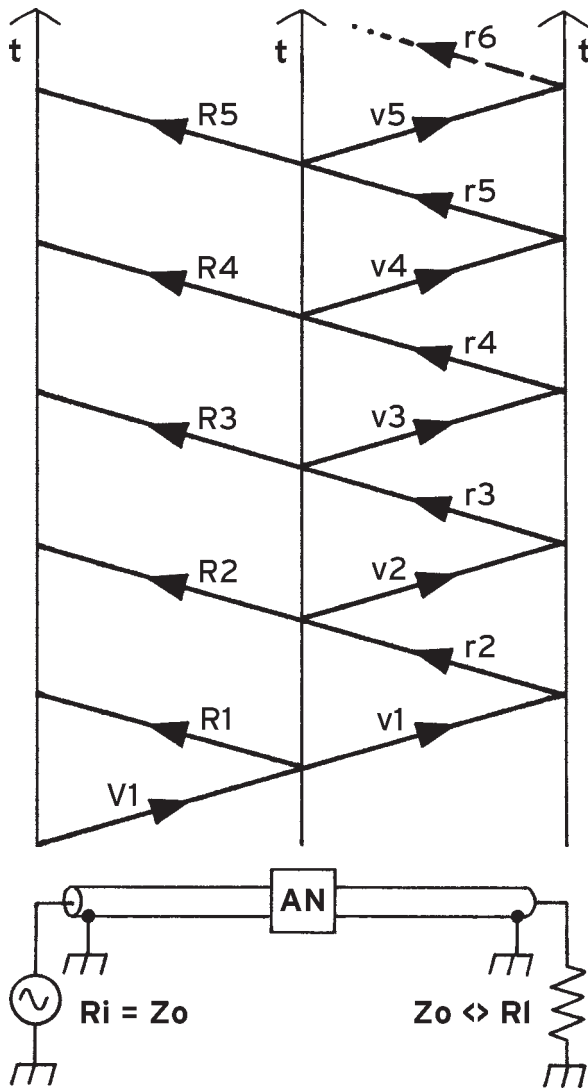
Eine fehlabgeschlossene Übertragungsleitung verhält sich analog zu einem Wasserschlauch, der an einem kalten Wintertag draußen im Garten an den Warmwasserhahn angeschlossen wird. Dreht man das Ventil am Ausgang des Schlauches ganz auf, kommt das Wasser fast so warm aus dem Schlauch wie direkt aus dem Hahn. Dies entspricht dem angepassten Betrieb der Übertragungsleitung, bei dem nur der angepasste Verlust wirksam ist. Dreht man aber das Ventil fast ganz zu, ist das wenige Wasser das noch aus dem Schlauch kommt wesentlich kälter. Im Schlauch hat sich ein Stau mit erhöhtem Druck und vermindertem Fluss gebildet, die Verweildauer des Wassers im Schlauch ist somit höher als bei aufgedrehtem Ventil und deshalb steigt sein Wärmeverlust an die Umwelt. Dies entspricht dem fehlangepassten Betrieb der Übertragungsleitung, bei dem ein Zusatzverlust durch einen Energiestau mit erhöhter Energiedichte bei gleichzeitig vermindertem Energiefluss und deshalb längerer Verweildauer eines ursprünglichen Energiequantums in der Leitung erzeugt wird. Im Schlauch fließt keine vom Wasser gespeicherte Wärmeenergie zurück zum Wasserhahn, und genausowenig fließt in einer Übertragungsleitung vom elektromagnetischen Feld gespeicherte Energie zurück zum Generator.



Die konjugiert komplexe Anpassung

Ist der Wellenwiderstand der Leitung Z_0 an den Innenwiderstand des Generators R_i angepasst, dann ist der Einschwingvorgang bereits nach dem Eintreffen der reflektierten Welle am Leitungseingang beendet und es herrscht ein Energiestau mit reduziertem Energiefluss und erhöhter Energiedichte auf der gesamten Leitung. Wird nun irgendwo entlang der Leitung ein Anpassnetzwerk eingefügt, sprechen wir von *konjugiert komplexer* Anpassung, weil bei einem gedachten Auftrennen der Leitung an beliebiger Stelle die scheinbaren Impedanzen - also das Verhältnis $Z = V / I$ der Gesamtwellen - beim Blick in beide Leitungstücke zueinander konjugiert komplex sind, d.h. ihre Real- und Imaginärteile sind jeweils betraglich gleich groß aber ihre Imaginärteile haben unterschiedliche Vorzeichen.

Wegen des Superpositionsprinzips und der Tatsache, dass die Teilwellen nur reelle physikalische Impedanzen sehen, funktioniert diese konjugiert komplexe Anpassung aber keineswegs so, wie man sich das allgemein vorstellt. Ihr Wirkprinzip soll folgende Abbildung verdeutlichen:



Ein Generator mit dem Innenwiderstand R_i speist über eine Übertragungsleitung mit dem Wellenwiderstand $Z_0 = R_i$ den Lastwiderstand $R_l < Z_0$. In der Mitte der Leitung ist ein Anpassnetzwerk **AN** eingefügt. Die Vorgänge auf der Leitung werden zwischen den drei vertikalen Zeitachsen **t** über dem Generator, Anpassnetzwerk und Lastwiderstand dargestellt. Die mit Pfeilen versehenen schrägen Linien des Diagramms zeigen *wann* (vertikal) und *wo* (horizontal) eine Teilwelle von Spannung und Strom eintrifft, oder anders gesagt: sie beschreiben *Zeit* (vertikal) und *Ort* (horizontal) ihrer Wellenfront. Die Historie der Teilwellen auf der Leitung verläuft von unten nach oben. Zwischen Anpassnetzwerk und Generator sind sie mit einem großen **V** für vorlaufend (zum Lastwiderstand) bzw. **R** für rücklaufend (zum Generator) dargestellt,

zwischen Anpassnetzwerk und Lastwiderstand dagegen mit einem kleinen **v** bzw. **r**. Die nachfolgende Ziffer beschreibt die Reihenfolge der Entstehung der Teilwellen durch Reflexion. Der Einschwingvorgang beginnt nun am unteren Ende der linken Zeitachse mit dem Einschalten des Generators.

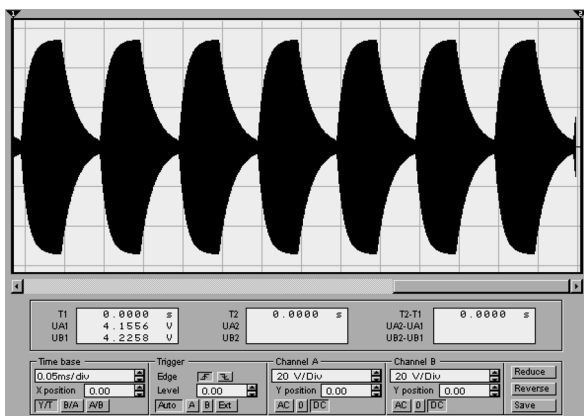
Der Generator sieht immer nur den reell vorhandenen Wellenwiderstand Z_0 der Leitung und schickt eine entsprechende vorlaufende Teilwelle von Spannung und Strom **V1** los. Das Anpassnetzwerk sieht ebenfalls nur Z_0 an seinem Ausgang und transformiert in eine Eingangsimpedanz $Z_e < Z_0$, es erzeugt also aus der Sicht der Teilwellen in Wirklichkeit eine Fehlanpassung! An seinem Eingang entsteht durch Reflexion eine zum Generator zurücklaufende Teilwelle **R1** mit der Folge, dass sich auf der Leitung zwischen Anpassnetzwerk und Generator ein Energiestau mit erhöhter Energiedichte bei gleichzeitig vermindertem Energiefluss bildet. Obwohl sich die Amplituden der vom Generator in die Leitung geschickten vorlaufenden Teilwellen beim Eintreffen der Reflexion nicht verändern, kann er also nicht mehr seine maximal verfügbare angepasste Leistung in die Leitung liefern.

Gleichzeitig mit der Entstehung von **R1** wird die Superposition von **V1** und **R1** durch das Anpassnetzwerk hindurch transmittiert und erscheint auf der anderen Seite als **v1**. Durch Reflexion von **v1** am fehlangepassten Lastwiderstand entsteht eine rücklaufende Teilwelle **r2** und weil das Anpassnetzwerk auch nur Z_0 an seinem Eingang sieht und in eine Ausgangsimpedanz $Z_a < Z_0$ transformiert, entsteht an seinem Ausgang durch re-Reflexion eine neue vorlaufende Teilwelle **v2**. Gleichzeitig wird die Superposition von **r2** und **v2** durch das Anpassnetzwerk hindurch transmittiert und erscheint auf der anderen Seite als **R2**. Diese rückwärts durch das Anpassnetzwerk in Richtung Generator transmittierte Teilwelle **R2** ist exakt gegenphasig zur Teilwelle **R1**, welche den ursprünglichen Energiestau erzeugt, besitzt jedoch eine kleinere Amplitude. **R1** wird also durch **R2** teilweise neutralisiert, damit löst sich der Energiestau zwischen Anpassnetzwerk und Generator teilweise auf und der Generator kann mehr Leistung liefern.

Dieser Vorgang der Reflexion am Lastwiderstand und re-Reflexion am Ausgang des Anpassnetzwerks wiederholt sich zyklisch und erzeugt jedesmal eine neue Teilwelle **R2 ... Rn**. Der eingeschwingene Zustand des Systems wird nie vollständig erreicht, aber die Amplituden der rückwärts durch das Anpassnetzwerk transmittierten Teilwellen **R2 ... Rn** - die alle exakt in Gegenphase zu **R1** sind - gehen asymptotisch gegen null und damit nähert sich die Amplitude ihrer Superposition der Amplitude von **R1**. Sie neutralisieren also die ursprüngliche Reflexion **R1** bei jedem Zyklus mehr und mehr, bis der Energiestau auf der Leitung zwischen Anpassnetzwerk und Generator praktisch aufgelöst ist und der Generator seine ma-

ximal verfügbare angepasste Leistung liefert. Im Falle einer verlustfreien Leitung wird diese Leistung auch vollständig vom Lastwiderstand aufgenommen, denn zwischen ihm und dem Anpassnetzwerk herrscht dann derselbe Energiefluss aber eine höhere Energiedichte als zwischen Anpassnetzwerk und Generator - also ein Energiestau. Im Falle einer verlustbehafteten Leitung entsteht deshalb zwischen Anpassnetzwerk und Lastwiderstand der Zusatzverlust. Die sich während des asymptotischen Einschwingvorgangs bildenden Teilwellen bleiben bestehen, bis eine Änderung des Generatorsignals einen neuen Einschwingvorgang nötig macht oder der Generator abgeschaltet wird - ohne ihr Zusammenwirken würde die Anpassung zusammenbrechen.

Das Anpassnetzwerk verhindert also keineswegs die ursprüngliche Reflexion in Richtung Generator sondern sorgt dafür, dass sie mit anderen zum Generator zurücklaufenden Teilwellen destruktiv interferiert, nämlich mit den vom fehlangepassten Lastwiderstand am Leitungsausgang reflektierten und rückwärts durch das Anpassnetzwerk hindurch transmittierten Teilwellen. Mit anderen Worten: Die mehrfachen Reflexionen am fehlangepassten Lastwiderstand und die ursprüngliche Reflexion einer dazu reziproken Fehlanpassung am Anpassnetzwerk machen sich im Leitungssegment zwischen Generator und Anpassnetzwerk gegenseitig durch destruktive Interferenz unschädlich. Das Anpassnetzwerk hat also nur aus der Sicht der superponierten Gesamtwelle seinen Namen verdient, aus der Sicht der Teilwellen jedoch erzeugt es eine nützliche Fehlanpassung.



In Abhängigkeit von der Leitungslänge zwischen Anpassnetzwerk und Lastwiderstand können durch den asymptotischen Einschwingvorgang Verzerrungen, Echos und andere Probleme auftreten. Obige Abbildung zeigt die Simulation einer konjugiert komplexen Anpassung am Eingang einer 1λ @ 3.5 MHz (ca. 80m) langen verlustfreien Übertragungsleitung mit $Z_0 = 50 \text{ Ohm}$, die mit einem $3 \text{ K}\Omega$ Lastwiderstand extrem fehlabgeschlossen ist. Der speisende Generator mit $R_i = 50 \text{ Ohm}$ arbeitet auf 3.5 MHz und wird

mit einem 10 KHz Rechteck getastet. Das Scope zeigt das Signal über dem Lastwiderstand. Man sieht sehr schön die Zeichenverzerrungen, die durch den relativ zur Tastfrequenz extrem langen Einschwingvorgang erzeugt werden.

* * *

1. Maxwell, M. Walter: *Reflections - Transmission Lines and Antennas*. American Radio Relay League, 1990.
2. Fischer, Karl: "Energiefluss auf Übertragungsleitungen", http://cq-cq.eu/DJ5IL_rt002.pdf
3. Galili, Igal / Goihbarg, Elisabetta: "Energy transfer in electrical circuits: A qualitative account", *American Journal of Physics*, Vol. 73, No. 2, February 2005, S. 141 ff.
4. <http://cq-cq.eu/lineloss.exe>
5. <http://cq-cq.eu/lineloss.pp>

DJ5IL_rt006.pdf
Originalversion: 22.12.2014
Revisionen: